



CÁLCULO DE VARIAS VARIABLES. Grupo 05
SEGUNDO EXAMEN PARCIAL 10 de octubre de 2006

Profesor: Hendel Yaker A.

1. (6 puntos)
 - (a) Explique en qué consiste la **prueba de las segundas derivadas** para determinar los valores extremos de una función de varias variables.
 - (b) Se desea determinar el volumen de la caja rectangular más grande que esté en el primer octante y que tenga tres caras en los planos coordenados y un vértice en el plano $x + 2y + 3z = 6$. Identifique la **función objetivo** del problema de tal manera que éste se pueda resolver aplicando el criterio de las segundas derivadas (NO resuelva el problema).
2. (8 puntos) Utilice la técnica de los **multiplicadores de lagrange** para calcular la distancia del punto $(0,1,2)$ a la curva $r(t) = (\ln t, 2 \ln t, 5 - \ln t)$.

3. .

- (a) (6 puntos) Calcule la integral $\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4x-x^2}} \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}} dydx$.
- (b) (6 puntos) Calcule la integral $\int_0^1 \int_{\text{sen}^{-1}y}^{\pi/2} \cos x \sqrt{1+\cos^2 x} dx dy$.
- (c) (4 puntos) Escriba la expresión integral que permita encontrar el área de la región plana que se encuentra dentro de ambas curvas: $r = \text{sen}2\theta$ y $r = \text{sen}\theta$ (NO calcule el área).
- (d) (4 puntos) Escriba la expresión integral que permita encontrar el volumen del tetraedro acotado por los planos $x + 2y + z = 2$, $x = 2y$, $x = 0$ y $z = 0$ (NO calcule el volumen).

4. (12 puntos) En cada uno de los siguientes casos determine si el enunciado es verdadero o falso. Si es verdadero explique por qué. Si es falso explique por qué o de un ejemplo que lo refute.

- (a) La función $f(x, y) = 8y^3 + x^2 - 4xy + 5$ alcanza un mínimo local en el conjunto $D = \{(x, y) | 16(x - 1)^2 + y^2 \leq 16\}$.
- (b) La integral $\int_0^\pi \int_0^{\text{sen}\theta} r dr d\theta$ representa el área de un círculo de radio $\frac{1}{2}$.
- (c) $\int_0^2 \int_0^x dy dx + \int_2^4 \int_0^{\sqrt{4x-x^2}} dy dx = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/4} 4 \cos^2 \theta d\theta$.
- (d) La curva $r = 1 + \cos \theta$ tiene una tangente horizontal en el polo.

NOTA: se califica sobre 40 puntos.