

1) (12 puntos)

a) Considere la función $f(x) = \frac{x+3}{x^2-9}$. Encuentre los valores de x (si existe alguno) en los que f no es continua y clasifique las discontinuidades encontradas como removible o no removible.

b) Considere la función $f(x) = \begin{cases} \frac{3 \operatorname{sen} x}{x}, & \text{si } x < 0 \\ a - \cos x, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$. halle el valor de la constante a que hace que f sea continua en $x = 0$.

2) (8 puntos)

a) Justifique por qué la función $f(x) = x^3 + x - 1$ tiene por lo menos un cero.

b) Determine el valor de verdad de la siguiente proposición y Justifique: Si para una función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ se cumple que $f(-1) = f(1) = f(2) = 0$ y $f(0) = -2$, entonces $f(x) < 0$ para todo x en el intervalo $(-1,1)$.

3) (10 puntos) Encuentre el valor de a y el valor de b tales que la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + b, & \text{si } x \geq 1 \\ ax - 1, & \text{si } x < 1 \end{cases}$ sea derivable en $x = 1$.

4) (9 puntos) Encuentre $\frac{dy}{dx}$ si:

a) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$

b) $y = x^3 \sqrt{2x+1} \operatorname{sen} x$

c) $y = \frac{3x-8}{5x+7}$

5) (11 puntos) Un depósito cónico con el vértice abajo tiene 10 *pies* de diámetro y 12 *pies* de altura. Si se le vierte agua a razón de 10 *pies cúbicos por minuto*, calcule el ritmo de cambio del radio de la superficie del agua cuando ésta está a una altura de 9 *pies*.