



QUINTO EXAMEN DE CÁLCULO EN VARIAS VARIABLES

1. (10 puntos)

(a) Si  $F(x) = \int_1^x f(t) dt$ , donde  $f(t) = \int_1^{t^2} \frac{\sqrt{1+u^3}}{u^2} du$ , encuentre  $F''(3)$ .

(b) Encuentre el intervalo sobre el cual la función  $g(x) = \int_0^x \frac{1}{1+t+t^2} dt$  es cóncava hacia arriba.

2. (6 puntos)

Evalúe las integrales siguientes:

(a)  $\int_0^1 \ln x dx$ ,      (b)  $\int \frac{dx}{(x+1)(x^2+1)}$ .

3. (18 puntos)

(a) Encuentre el área encerrada por las curvas  $y = 15 - x^2$  y  $y = 2x$ .

(b) Halle el volumen del sólido obtenido al girar la región limitada por  $y = 4 - x^2$  y  $y = 0$  alrededor de la recta  $x = 3$ .

4. (16 puntos)

Encuentre los puntos sobre la hipérbola  $y^2 - x^2 = 4$  que están más próximos al punto  $(2, 0)$ .

5. (puntos)

Determine el valor de verdad de las proposiciones siguientes, justificando su respuesta.

(a) Si  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$  entonces  $f$  es diferenciable en  $x = 2$ .

(b) Dada una función  $f$  tal que  $f(1) = 3$  y  $f(4) = -3$  entonces debe existir un número  $c$  que cumpla  $f(c) = 0$ .

(c) La ecuación de la recta tangente a la curva  $g(x) = \frac{x}{x-1}$  en el punto

$(1, 3)$  es  $y = 1 - x$ .

(d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \csc x \right) = 1$ .



QUINTO EXAMEN DE CÁLCULO EN VARIAS VARIABLES

1. (10 puntos)

(a) Si  $F(x) = \int_1^x f(t) dt$ , donde  $f(t) = \int_1^{t^2} \frac{\sqrt{1+u^3}}{u^2} du$ , encuentre  $F''(3)$ .

(b) Encuentre el intervalo sobre el cual la función  $g(x) = \int_0^x \frac{1}{1+t+t^2} dt$  es cóncava hacia arriba.

2. (6 puntos)

Evalúe las integrales siguientes:

(a)  $\int_0^1 \ln x dx$ ,      (b)  $\int \frac{dx}{(x+1)(x^2+1)}$ .

3. (18 puntos)

(a) Encuentre el área encerrada por las curvas  $y = 15 - x^2$  y  $y = 2x$ .

(b) Halle el volumen del sólido obtenido al girar la región limitada por  $y = 4 - x^2$  y  $y = 0$  alrededor de la recta  $x = 3$ .

4. (16 puntos)

Encuentre los puntos sobre la hipérbola  $y^2 - x^2 = 4$  que están más próximos al punto  $(2, 0)$ .

5. (puntos)

Determine el valor de verdad de las proposiciones siguientes, justificando su respuesta.

(a) Si  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$  entonces  $f$  es diferenciable en  $x = 2$ .

(b) Dada una función  $f$  tal que  $f(1) = 3$  y  $f(4) = -3$  entonces debe existir un número  $c$  que cumpla  $f(c) = 0$ .

(c) La ecuación de la recta tangente a la curva  $g(x) = \frac{x}{x-1}$  en el punto

$(1, 3)$  es  $y = 1 - x$ .

(d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \csc x \right) = 1$ .



QUINTO EXAMEN DE CÁLCULO EN VARIAS VARIABLES

1. (10 puntos)

(a) Si  $F(x) = \int_1^x f(t) dt$ , donde  $f(t) = \int_1^{t^2} \frac{\sqrt{1+u^3}}{u^2} du$ , encuentre  $F''(3)$ .

(b) Encuentre el intervalo sobre el cual la función  $g(x) = \int_0^x \frac{1}{1+t+t^2} dt$  es cóncava hacia arriba.

2. (6 puntos)

Evalúe las integrales siguientes:

(a)  $\int_0^1 \ln x dx$ ,      (b)  $\int \frac{dx}{(x+1)(x^2+1)}$ .

3. (18 puntos)

(a) Encuentre el área encerrada por las curvas  $y = 15 - x^2$  y  $y = 2x$ .

(b) Halle el volumen del sólido obtenido al girar la región limitada por  $y = 4 - x^2$  y  $y = 0$  alrededor de la recta  $x = 3$ .

4. (16 puntos)

Encuentre los puntos sobre la hipérbola  $y^2 - x^2 = 4$  que están más próximos al punto  $(2, 0)$ .

5. (puntos)

Determine el valor de verdad de las proposiciones siguientes, justificando su respuesta.

(a) Si  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$  entonces  $f$  es diferenciable en  $x = 2$ .

(b) Dada una función  $f$  tal que  $f(1) = 3$  y  $f(4) = -3$  entonces debe existir un número  $c$  que cumpla  $f(c) = 0$ .

(c) La ecuación de la recta tangente a la curva  $g(x) = \frac{x}{x-1}$  en el punto

$(1, 3)$  es  $y = 1 - x$ .

(d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \csc x \right) = 1$ .