



CALCULO EN UNA VARIABLE
SEGUNDO EXAMEN PARCIAL
Grupo 7

Profesor ANIBAL SOSA

NOMBRE _____ CODIGO _____

1. (11 ptos)

- a) Calcule la derivada de las siguientes funciones: $h(x) = \sqrt{\frac{(1-x)^4(x-5)^3}{(x-3)^6}}$ y $f(x) = (\ln x)^x$.
- b) Suponga que para una función g se sabe que $g(1) = -4$, $g(2) = 3$ y $g'(x) = \sqrt{x^2 + 8}$ para todo x . Estime el valor de $g(0,95)$ y determine si su aproximación es una sobre o una subestimación.

2. (18 ptos) Considere la función $f(x) = 4x^3 - x^4$. Determine

- a) Intervalos de crecimiento de f .
- b) Máximos y mínimos de f , indicando si son de naturaleza local o absoluta.
- c) Intervalos de concavidad y puntos de inflexión de f .
- d) Gráfica de la función f , indicando explícitamente los puntos críticos y de inflexión.

3. (14 ptos)

- a) Se está fugando agua de un tanque cónico invertido a razón de $10 \text{ m}^3/\text{min}$, al mismo tiempo que se bombea agua hacia el tanque con una razón constante. El tanque tiene 6 m de altura y el diámetro en la parte superior es de 4 m . Si el nivel del agua sube a razón de 0.2 m/s cuando la altura de dicho nivel es de 2 m , encuentre la razón a la que se bombea agua al tanque.
- b) Encuentre las dimensiones del rectángulo de área máxima que se puede inscribir en círculo de radio R .

4. (12 ptos)

- a) Suponga que la gráfica de una función f pasa por el punto $(1, 6)$ y que la pendiente de la recta tangente a f en algún punto x es $2x + 1$. Encuentre $f(2)$.
- b) Suponga que $f(0) = 1$ y $2 \leq f'(x) \leq 5$ para todo x en $[0, 4]$. Muestre que $9 \leq f(4) \leq 21$.
- c) Muestre que la ecuación $x^{11} + x^5 + x = 1$ tiene exactamente una raíz real.

5. (Opcional 7 ptos) Halle el área bajo la curva $y = x^3 + x^2$ sobre el intervalo $[0, 2]$, usando la definición de área como el límite cuando $n \rightarrow \infty$ de la suma de las áreas de n rectángulos de aproximación.