

EXAMEN FINAL DE ÁLGEBRA Y FUNCIONES
MAYO 17 DE 2006

NOMBRE DEL PROFESOR: _____

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: _____ CÓDIGO: _____

1. (20%) Responda Falso o Verdadero a las siguientes afirmaciones. Justifique claramente su respuesta.

- Dada la función $f(x) = x^2 + 3$ $y = -2$ pertenece al rango de f
- El dominio de la función $f(x) = \frac{\sqrt[3]{3x+1}}{x^2-1}$ es el conjunto $\{x \in R / x \geq -\frac{1}{3} \wedge x \neq 1\}$
- La gráfica de la función $r(x) = \frac{2x^2 + 7x - 4}{x^2 + x - 2}$ tiene por asíntotas verticales a las rectas $x = -2$ y $x = 2$ y una asíntota horizontal dada por la recta $y = 2$ (
- Al simplificar la expresión $\frac{x^{-2} + y^{-2}}{(x+y)^{-2}}$ el resultado es $\frac{(x^2 + y^2)^3}{(xy)^2}$
- Si $\log_x 8 = \frac{3}{2}$ entonces $x = 4$

2. (20%) Resuelva las siguientes ecuaciones para la variable indicada:

- $2x + \sqrt{x+1} = 2$ para x
- $\tan \theta - 3 \cot \theta = 0$, $(0 \quad 2\pi)$ para θ
- $T = 65 + 145e^{-0.05t}$ para t
- $x^4 + x^3 + 7x^2 + 9x - 18 = 0$ para x sabiendo que $-3i$ es una solución

3. (5%) Determine todas las soluciones de la siguiente inecuación. Escriba la solución en notación de intervalo.

$$-2 \leq \frac{x+1}{x-3}$$

4. (10%) Se desea cercar un corral rectangular para el perro, junto a la casa. Como la casa sirve como uno de los lados, necesita cercar sólo tres lados. Si utiliza 80 pies lineales de cerca, ¿cuáles son las dimensiones del corral con las que obtendrá el área máxima posible?

- a. Determine la ecuación de la recta que pasa por el punto medio del segmento \overline{AB} y es perpendicular a dicho segmento
- b. Determine la ecuación de la circunferencia que tiene los puntos A y B como extremos de uno de sus diámetros.

(13%) La distancia entre dos estaciones de radar situadas en un terreno plano es de 4 Km. En un momento dado las distancias entre las estaciones y un helicóptero en vuelo son de 2 Km. y 3 Km. respectivamente. Pruebe que, en ese momento el helicóptero vuela a $\frac{3\sqrt{5}}{8}$ Km. de altura.

(10%) Dada la función $y = f(x) = 1 - \sqrt{1-x}$

- a. Determine la función inversa de f
- b. Utilice composición de funciones para comprobar su respuesta

(10%) Compruebe cada identidad.

a. $(\tan x + \cot x)^2 = \csc^2 x + \sec^2 x$

b. $\frac{\cos \theta}{1 - \operatorname{sen} \theta} = \frac{\operatorname{sen} \theta - \csc \theta}{\cos \theta - \cot \theta}$