

ALGEBRA LINEAL.  
EXAMEN CORTO 2.  
Grupo 1

Profesor ANIBAL SOSA

NOMBRE \_\_\_\_\_ CODIGO \_\_\_\_\_

1. (18 pts) Determine los valores de la constante
- $a$
- para los cuales el sistema

$$\begin{aligned}x + y - z &= 3 \\x - y + 3z &= 4 \\x + y + (a^2 - 10)z &= a\end{aligned}$$

i) tenga infinitas soluciones y ii) no tenga solución.

2. (21 pts)

a) Determine si la matriz  $X = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 \\ -1 & 3 & -3 & -2 \\ 2 & 0 & 1 & 5 \\ 3 & 1 & -2 & 5 \end{bmatrix}$  es una matriz singular o no singular. Justifique su respuesta.

b) Determine un vector no nulo  $x$  tal que  $-4x = Ax$ , donde  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -4 \end{bmatrix}$ .

c) Sea  $A$  una matriz diagonal  $n \times n$ , cuyas entradas en la diagonal principal son  $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ , todas distintas de cero. Muestre que  $A$  es no singular.

3. (11 pts) Elija y resuelva, UNO y sólo UNO de los siguientes puntos:

a) Considere la siguiente matriz de adyacencia de un digrafo  $G$ 

$$A(G) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

i) Trace el digrafo  $G$  correspondiente a  $A(G)$ .

ii) ¿Cómo se calcula la matriz que permite establecer si el digrafo  $G$  tiene un camino entre cada par de vértices distintos del grafo  $G$ ? ¿Qué propiedad debe cumplir dicha matriz para determinar si en el digrafo existe un camino entre cada par de vértices distintos?

- b) El departamento de suscripciones de una revista envía cartas a una enorme lista de correos, invitando a los destinatarios a suscribirse. Algunas de las personas que recibieron la carta ya estaban suscritas, y las otras no. De la lista de correo, 40% de las personas ya suscritas se suscribirán de nuevo, mientras que 45% de las no suscritas lo harán. Escriba la matriz de transición para este proceso de Markov y determine el porcentaje de las personas que reciban la carta se espera pidan una suscripción, si se determinó que al enviarse la última carta el 60% de quienes la recibieron ordenaron una suscripción.