LOS INTERESES SOBRE SALDOS Y SU RELACION CON EL INTERES COMPUESTO Y LOS PAGOS POR CUOTAS, INTERESES ANTICIPADOS.

Por: Luis Fernando Gutiérrez

PUBLICACION No. 9

Cali, Marzo de 1982

INSTITUTO COLOMBIANO DE ESTUDIOS SUPERIORES DE INCOLDA

— I C E S I —

El autor de este artículo, Luis Fernando Gutiérrez, es Ingeniero Químico de la Universidad del Valle y M.Sc. en Investigación de Operaciones de Cornell University. Tiene el doctor Gutiérrez una amplia experiencia académica y profesional. Es actualmente Vicepresidente Económico de Fanalca S.A. y Profesor del ICESI y de INCOLDA en las áreas de Finanzas, Información y Control, Evaluación Económica de Proyectos, Matemáticas y Operaciones (Producción).

La responsabilidad de las opiniones expresadas es del autor.

LOS EDITORES

Cali, Marzo de 1982

1. INTRODUCCION

El repago de una deuda mediante el uso de intereses sobre saldos, abonando a capital cuotas iguales en cada período, es de larga tradición en el país, y de común ocurrencia en el sistema bancario. El otro sistema muy extendido, es el de pago por instalamentos en el cual se calculan cuotas iguales contentivas de pagos a capital e intereses, mediante el uso de fórmulas de matemáticas financieras, ampliamente conocidas y tabuladas.

El interés sobre saldos, pese a su difusión, carece de tratamiento analítico, y es lícito hacerse las siguientes preguntas: es interés simple?, es compuesto?, cómo se relaciona el pago por instalamentos?, cuál es más costoso?, cómo se comportan los intereses anticipados sobre saldos?, conlleva anatosismo, es decir, incurre en el cargo de intereses sobre intereses, condenado por nuestro Código Civil? Estos interrogantes serán resueltos en el presente artículo.

2. EJEMPLO DE REPAGO DE UNA DEUDA POR MEDIO DE COMPUTO DE INTERESES SOBRE SALDOS Y POR MEDIO DE INSTALAMENTOS.

Si se toman \$1.000 a ser pagados en cinco meses con intereses del 2 % mensual, se llega a los siguientes esquemas de pago, suponiendo intereses por período vencido.

2.1 Sobre saldos:

TABLA No. 1

Final período	Saldo deuda	Abono a principal	Intereses 2 % s/saldos	Pago total
1	1.000	200	20	220
2	800	200	16	216
3	600	200	12	212
4	400	200	8	208
5	200	200	4	204

NOTA: El pago total es la suma de los intereses más el abono a capital. Observe que los intereses son por período vencido.

El flujo de efectivo característico del préstamo anteriormente descrito es (Gráfico No. 1).

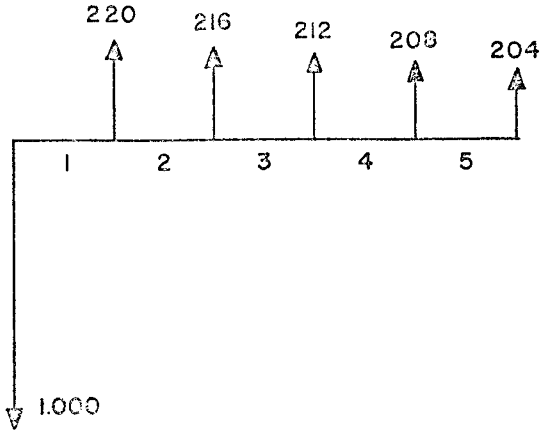

GRAFICO No. 1

2.2 **Pagos por instalamentos:** De las fórmulas tradicionales de matemáticas financieras y específicamente en la tabla del 2 % para cinco (5) períodos se encuentra el factor 0,21216, por el cual hay que multiplicar el principal para hallar las alícuotas requeridas. Estas alícuotas o instalamentos montan a $212,16 y dan lugar al siguiente diagrama de flujo de efectivo (Gráfico No. 2)

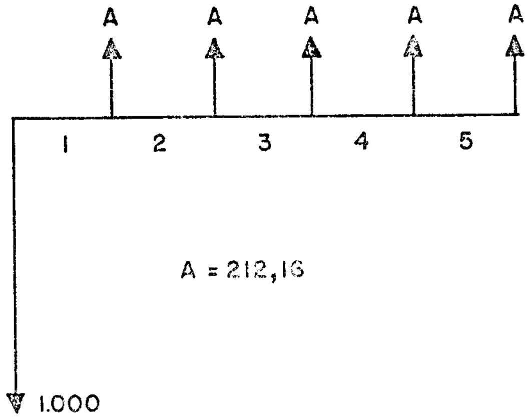

GRAFICO No. 2

Como se aprecia este segundo método conduce a una suma fija en el rango de las anteriores. Ante la pregunta de cómo se dividen los $212,16 entre principal e intereses para cada período, vale la pena construir una tabla como la No. 1 partiendo, esta vez, no de un abono fijo a capital de $200,oo, sino de una suma fija por período, mezcla de capital e intereses, como se aprecia a continuación:

TABLA No. 2

Final período	Saldo inicial	Instalamento fijo	Intereses 2 % s/saldo	Porción de instalamento abonada a capital					Nuevo saldo
1	1.000	212,16	20	212,16	—	20,00	=	192,16	907,84
2	807,34	212,16	16,16	212,16	—	16,16	=	196,00	611,84
3	611,84	212,16	12,84	212,16	—	12,84	=	200,00	411,96
4	411,92	212,16	8,24	212,16	—	8,24	=	203,92	208,00
5	208,00	212,16	4,16	212,16	—	4,16	=	208,00	--

NOTA: El nuevo saldo resulta de restar del saldo al comienzo del período la amortización a capital efectuada al final del mismo. Este saldo final es, a su turno, el saldo inicial del siguiente período.

Esta forma cuantitativa de diferenciar para cualquier período qué parte del instalamento fue a capital y qué parte a interés, y cuál es el saldo insoluto, no se halla tabulada y es tediosa de calcular. Afortunadamente las calculadoras financieras programables traen incluída la rutina respectiva.

3. TRATAMIENTO ANALITICO DE LOS INTERESES SOBRE SALDOS

El ejemplo anterior de la descomposición de los instalamentos entre abonos a capital e intereses conduce a una conclusión importantísima. Esta forma de repago, la de los instalamentos, es también en el fondo una manera de calcular intereses al 2 % sobre saldos. La única variante es que los pagos son tales que su monto cubre aportes distintos a principal, a diferencia de los pagos uniformes del interés sobre saldos.

Otra prueba que podría hacerse es introducir los flujos de efectivo descritos en las Figuras Nos. 1 y 2 en una calculadora programable y ambos llegarán a una tasa interna de retorno del 2 %. Esta tasa de interés es, por definición, compuesta, de acuerdo a las fórmulas empleadas para su cálculo.

Los dos indicios antes descritos no prueban, sin embargo, que el método sobre saldos y el de los instalamentos sean equivalentes, pero sí lo insinúan. Demostrémoslo analíticamente.

Para el caso de los instalamentos, y en general, para el interés compuesto, existe una relación básica ampliamente conocida, que liga el valor presente con el valor final, a saber:

$$F = P\,(1 + i)^n$$

donde:
- F: Valor final, al término del período n
- P: principal
- i: tasa efectiva de interés compuesto, por período
- n: número de períodos

Si se logra demostrar que el interés sobre saldos conduce también a una relación como ésta, la prueba tendrá carácter universal.

En los pagos con intereses sobre saldos se calcula una alícuota, P/n, pagadera cada período, y se le agrega el interés sobre el saldo insoluto. Este último varía de período a período, siendo que en el primero todo el principal está insoluto y por tanto los intereses se estiman como P.i, y en el último, la porción no saldada es P/n, y los intereses sobre el saldo son (P/n) i.

Puede subdividirse el flujo de efectivo en dos porciones, la una fija correspondiente a la alícuota, y la otra del tipo gradiente, decreciente por cuantía fija, en la medida en que se rebaja la deuda; esta subdivisión se muestra en el Gráfico No. 3:

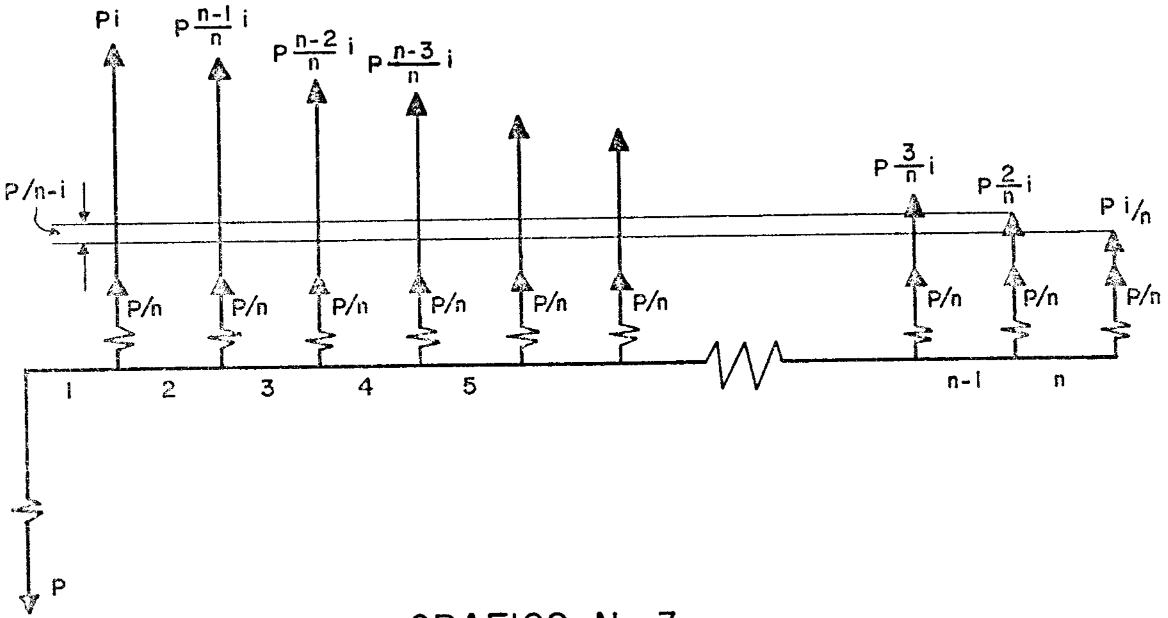

GRAFICO No. 3

El problema es hallar a qué suma, F, equivaldría al flujo anterior. La porción fija aportaría un F_o fácilmente calculable, pues se trata de un pago uniforme P/n que da lugar a un valor final, de acuerdo con las fórmulas conocidas de matemáticas financieras, así:

$$F_o = \frac{P}{n} \left[\frac{(1+i) - 1}{i} \right]$$

Los intereses sobre saldos pueden subdividirse en segmentos buscando convertirlos en pagos uniformes, lo mismo que se deducen las fórmulas de gradiente.

El interés fluctúa entre Pi y P/n. i, luego P/n. i es el mínimo común divisor. Esta porción ocurre en todos los períodos y daría, por ser un pago uniforme, un F_1 igual a:

$$F_1 = \frac{P}{n} i \left[\frac{(1+i) - 1}{i} \right]$$

El siguiente P/n.i ocurre en todos los períodos menos en el último, luego su valor final sería:

$$F_2' = \frac{P}{n} i \left[\frac{(1+i)^{n-1} - 1}{i} \right]$$

Sin embargo este F_2' estaría ubicado al final del período n-1. Para llevarlo al sitio que interesa, final del período n, hasta multiplicarlo por (1 + i) luego:

$$F_2 = \frac{P}{n} i \left[\frac{(1+i)^{n-1} - 1}{i} \right] (1+i)^1$$

Así se procederá con las demás porciones, hasta llegar al primer período, donde ese P/n.i no se repite y para trasladarlo al final del período n se debe multiplicar por $(1 + i)^{n-1}$, de donde:

$$F_n = \frac{P}{n} i \quad (1 + i)^{n-1}$$

El valor final F será la suma de los parciales descritos, luego:

$$F = F_0 + F_1 + \dots\dots + F_n$$

$$F = \frac{P}{n} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] + \frac{P}{n} i \quad \left[\frac{(1+i) \quad -1}{i} \right] + \frac{P}{n} i \left[\frac{(1+i)^{n-1} - 1}{} \right] (1+i)$$

$$+ \frac{P}{n} i \left[\frac{(1+i)^{n-2} - 1}{} \right] (1+i)^2 + \dots\dots\dots + \frac{P}{n} i \quad (1+i)^{n-1}$$

El último sumando puede reescribirse así:

$$\frac{P}{n} \quad i \ (1+i)^{n-1} = \frac{P}{n} \ i \left[\frac{(1+i)^{n-(n-1)} \quad - 1}{i} \right] (1+i)^{n-1}$$

luego:

$$F = \frac{P}{n} \left[\frac{(1+i)^{n-1}}{i} \right] + \frac{P}{n} (1+i)^n - \frac{P}{n} + \frac{P}{n} (1+i)^n - \frac{P}{n} (1+i) + \frac{P}{n} (1+i)^n$$

$$- \frac{P}{n} (1+i)^2 + \dots\dots\dots + \frac{P}{n} (1+i)^n - \frac{P}{n} (1+i)^{n-1}$$

El valor final de esta serie no uniforme de pagos, calculado por los métodos tradicionales [1] es de \$1.104,08. Igualmente si se escogiera pagar la deuda en la modalidad de instalamentos se tendrían que cancelar cinco (5) cuotas de \$212,16, como se aprecia en el Gráfico No. 5, reproducido enseguida.

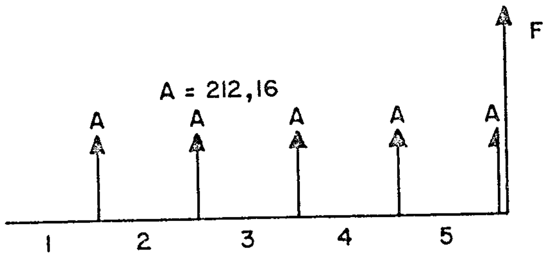

GRAFICO No. 5

Este flujo de efectivo da lugar a un valor final de \$1.104,08[2]. Se podría haber pagado también la deuda cancelando al final de cada período intereses (P, i) de \$20 y pagando el principal junto, al final del 5o. período.

El esquema sería así (Gráfico No. 6):

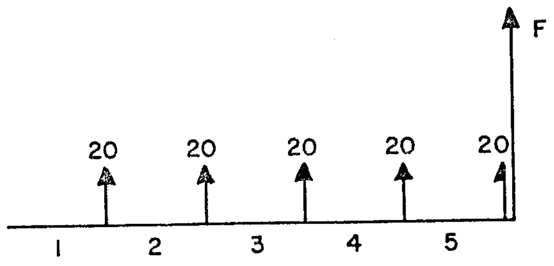

GRAFICO No. 6

[1] $F = 220\ (1 + 0{,}02)^4 + 216\ (110{,}02)^3 + 212\ (1 + 0{,}02)^2 = 206\ (1 + 0{,}02)^1$
$+ 204 = 1.104{,}08$

[2] $F = 212{,}16 \times 5.2040 = 1.104{,}08$ aplicando $F = A\ (F/A,\ 2\ \%\ ,5)$

Factorizando:

$$F = \frac{P}{n}\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] + P\,(1+i)^n - \frac{P}{n}\left[(1+i)^{n-1} + \cdots + (1+i) + 1\right]$$

Si se observa que el último paréntesis cuadrado factoriza en $\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$

$$F = P\,(1+i)^n \qquad (1)$$

que era lo que se deseaba demostrar.

4. METODO MAS CARO DE REPAGO

Queda demostrado que los intereses sobre saldos se comportan igual que los intereses compuestos convencionales, y que son equivalentes. En otras palabras, repagar una deuda por el sistema de instalamentos o por el de intereses sobre saldos, cuesta exactamente lo mismo.

Por ejemplo, repítase el Gráfico No. 1 (Gráfico No. 4) y estímese a qué valor final, F, corresponde la serie de pagos no uniformes resultante del pago de $1000 en alícuotas de capital más intereses sobre saldos del 2 %.

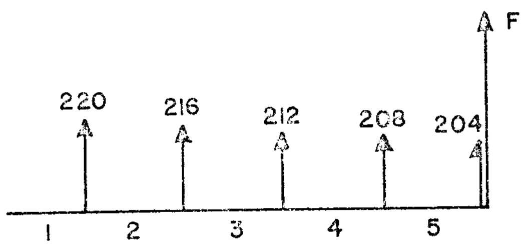

GRAFICO No. 4

El valor final F también es \$1.104,08.

Como era de esperarse la fórmula (1), produce igualmente el mismo resultado:

$$F = P(1 \quad i)^n = \$1000\,(1 + 0{,}02)^5 = \$1.104{,}08$$

5. INTERESES ANTICIPADOS SOBRE SALDOS

La argucia de cobrar anticipadamente los saldos busca aumentar la rentabilidad de los fondos sin violar normas legales existentes. Igualmente se recurre al cobro de comisiones iniciales, recurso éste que busca los mismos fines.

El ejemplo de la Tabla No. 1 se incluye a continuación con la variante de los intereses anticipados (Tabla No. 3):

TABLA No. 3

Final período	Saldo deuda	Abono a principal	Interés 2 % s/saldos	Pago total	Saldo final
0	1000	0	20	20	1000
1	1000	200	16	216	800
2	800	200	12	212	600
3	600	200	8	208	400
4	400	200	4	204	200
5	200	200	0	200	0

A continuación (Gráfico No. 7) se dibuja el diagrama de flujos de efectivo correspondiente.

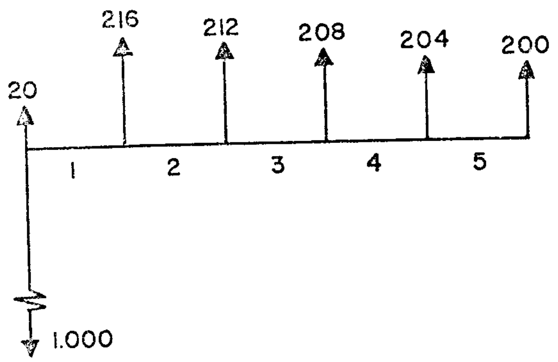

GRAFICO No. 7

5.1. TRATAMIENTO ANALITICO PARA REINVERSION CONVENCIONAL

Analíticamente el problema puede plantearse como el repago de una suma P en alícuotas, P/n, con intereses sobre saldos decrecientes, exigibles al comienzo del período, y así se muestra en el Gráfico No. 8

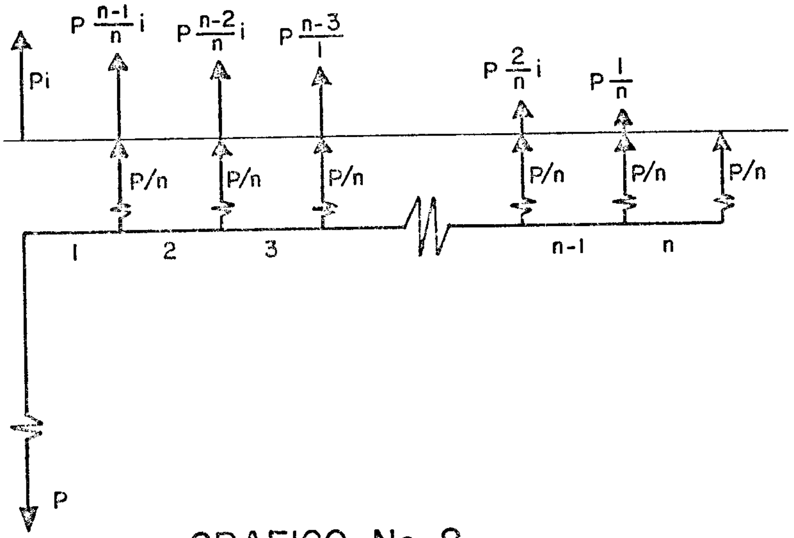

GRAFICO No. 8

Utilizando el procedimiento descrito antes tenemos:

$$F_0 = \frac{P}{n}\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

$$F_1 = \frac{Pi}{n}\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right](1+i)$$

$$F_2 = \frac{Pi}{n}\left[\frac{(1+i)^{n-1} - 1}{i}\right](1+i)^2$$

$$F_n = \frac{Pi}{n}\left[(1+i)^1 - 1\right](1+i)^n$$

luego:

$$F = \frac{P}{n}\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] + n\frac{Pi}{n}\,\frac{(1+i)^{n+1}}{i} - \frac{P}{n}\left[(1+i) + \ldots\ldots + (1+i)^n\right]$$

que puede reescribirse:

$$F = \frac{P}{n}\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] + P\,(1+i)^{n+1} - P\,\frac{(1+i)}{n}\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

$$F = P\,(1+i)^{n+1} - P\left[\frac{(1+i)^n - 1}{n}\right] \qquad (2)$$

Esta fórmula permite hallar el valor final conocido, el valor inicial, el número de períodos y el interés anticipado que se carga.

5.2. TASA EFECTIVA DE INTERES PARA REINVERSION CONVENCIONAL

El problema es hallar la fecha R efectiva de interés equivalente a una nominal r por período, compuesta durante m subperíodos, en forma anticipada.

Si R es la tasa efectiva de interés por período - la que se quiere averiguar - se puede aplicar la ecuación fundamental (1), y asumiendo que n = 1 y P = 1, se tiene al igualarla a (2):

$$F = P\,(1+R)^n \qquad (1)$$

$$F = 1\,(1+R)^1 = 1\left(1+\frac{r}{m}\right)^{m+1} - \frac{r}{m}\,\frac{\left(1+\frac{r}{m}\right)^m - 1}{m\,\frac{r}{m}}$$

$$1 + R = \left(1+\frac{r}{m}\right)^{m+1} - \frac{\left(1+\frac{r}{m}\right)^m - 1}{m}$$

luego $$R = \left(1+\frac{r}{m}\right)^{m+1} - \frac{\left(1+\frac{r}{m}\right)^m - 1}{m} - 1 \qquad (3)$$

Un ejemplo de cómo opera esta fórmula puede ser el cómputo del valor final del flujo descrito en el Gráfico No. 7. Este flujo equivale a un valor final de \$1.105,34, por cierto más caro que los F calculados en el numeral 4 por ser anticipado el interés.

Esto quiere decir que si el princ pal era de \$1000, la tasa efectiva anual corresponde al 10,534 %. En otras palabras, si el interés nominal es de 10 % anual, para componer anticipadamente 5 veces en el año, el interés efectivo anual es de 10,534 %. Este mismo resultado se obtiene con la fórmula (3), así:

$$R = (1.02)^6 - \frac{(1.02)^5 - 1}{5} - 1 = 10,534\,\%$$

Con esta fórmula se produce la Tabla No. 4 al final del escrito que sirve para calcular el interés efectivo equivalente a intereses anticipados sobre saldos, siempre y cuando el acreedor reinvierta los pagos periódicos a la misma tasa y en forma comercial.

Si se cobrara una comisión inicial, c, como un porcentaje del monto de la deuda, el valor final se incrementaría en Pc $(1 + i)^n$. A su turno el interés efectivo crecería y la nueva expresión sería:

$$R = \left(1 + \frac{r}{m}\right) m + 1 - \frac{\left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1}{r} + C\left(1 + \frac{r}{m}\right)^m \qquad (4)$$

A título de ejemplo, un interés nominal del 29 % anual compuesto por trimestres anticipados, equivale a:

$$R = (1.0725)^5 - \frac{(1.0725)^4}{4} = 33.82\,\%$$

Si al mismo crédito se le carga una comisión anticipada del 4 %, por una sola vez, el interés efectivo, según (4) es:

$$R = (1.0725)^5 - \frac{(1.0725)^4 - 1}{4} + 0.04\,(1.0725)^4 = 39.11\,\%$$

Obsérvese cómo un recargo en la comisión, del 4%, incrementó el costo de los fondos en un 15,64 .

Para comprobar esta cifra, y a título de ejemplo, se analizará el Gráfico No. 9, que despliega el flujo de fondos descrito. En cada período aparece al final el pago uniforme a capital y al inicio los intereses sobre saldos, además en el comienzo del primer período aparece el principal prestado y el cargo por comisión.

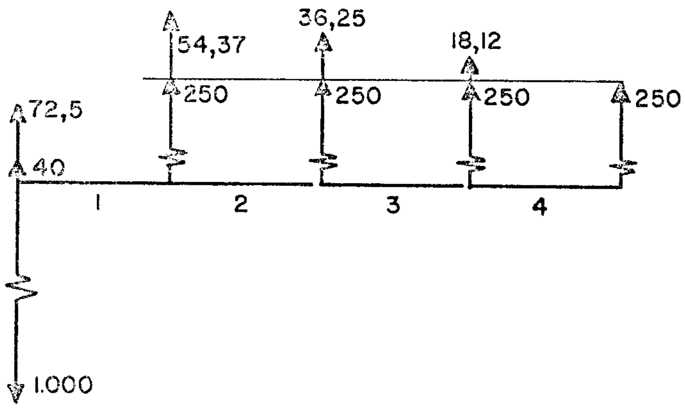

GRAFICO No. 9

Asumiendo que los recibos por capital e intereses se reinvierten al mismo 7,25 %, (29 % /4), el valor final de los pagos hechos por el deudor representaría para el acreedor la suma de $1.391,15. En palabras simples, el acreedor invirtió $1000 y recibió $1.391,15 al cabo de un (1) año, siempre y cuando hubiere hecho la reinversión. Esto indica que su tasa de retorno es del 39,115 %, tal como se dedujo de la ecuación (4). .

5.3 INTERES EQUIVALENTE PARA REINVERSION ANTICIPADA

Otra forma de analizar el esquema del interés anticipado sobre saldos en busca de una tasa efectiva R por período, o e por sub-período, es asumir que los intereses y las alícuotas de capital que se reciben al comienzo o final de cada período, se reinvierten también en forma anticipada, a la misma tasa efectiva **e**, equivalente a la aplicación de una tasa i en forma anticipada.

Volviendo al Gráfico No. 7 y llevando ingresos y egresos al final del subperíodo m, se produce una igualdad de la cual se debe deducir el valor de e. La metodología es la misma usada antes, por lo cual no se recalca mucho en ella:

$$P(1+e)^m = \frac{P}{m}\left[\frac{(1+e) \quad -1}{e}\right] + \frac{Pi}{m}\left[\frac{(1+e) \quad -1}{e}\right](1+e)$$

$$+ \frac{Pi}{m}\left[\frac{(1+e)^{m-1} - 1}{e}\right](1+e) + \ldots\ldots + \frac{Pi}{m}\left[\frac{(1+e)^1 - 1}{e}\right](1+e)^m$$

luego:

$$P(1+e)^m = \frac{P}{m}\left[\frac{(1+e)^m - 1}{e}\right] + m\frac{Pi}{m}\,\frac{(1+e)^{m+1}}{e} - \left[\frac{Pi}{me}\,(1+e) + \right.$$

$$\left. \frac{Pi}{me}(1+e)^2 + \ldots\ldots + \frac{Pi}{me}(1+e)^m\right]$$

Si del último paréntesis cuadrado se factoriza $\frac{Pi}{me}(1 + e)$, queda una sumatoria, $1 + (1 + e)^1 \quad (1+e)^2 + \ldots\ldots + (1 + e)^{m-1}$ que factoriza en $(1 + e)^m - 1)/e$, y la expresión anterior puede reescribirse así:

$$P(1+e)^m = \frac{P}{m}\left[\frac{(1+e)^m - 1}{e}\right] + \frac{Pi}{m}\,\frac{(1+e)^{m+1}}{e} - \frac{Pi\,(1+e)}{me}\left[\frac{(1+e)^m - 1}{e}\right]$$

Con los factores comunes que ya se insinúan, se puede reordenar la igualdad, así:

$$P\,(1+e)^m \left[1-\frac{i}{e}\,(1+e)\right] = \frac{P}{m}\left[\frac{(1+e)^m-1}{e}\right]\left[1-\frac{i}{e}\,(1+e)\right]$$

entonces

$$\left[1-\frac{i}{e}\,(1+e)\right]\left[(1+e)^m-\frac{1}{m}\left[\frac{(1+e)^m-1}{e}\right]\right]=0$$

Como el segundo paréntesis cuadrado es distinto de cero, el primero debe ser igual a cero, luego

$$1-\frac{i}{e}\,(1+e)=0$$

$$e = i + ie$$

$$e\,(1-i) = i$$

$$e=\frac{i}{1-i} \qquad (5)$$

La ecuación (5) dice que para hallar la tasa efectiva por subperíodo, cuando la reinversión se efectúa en forma anticipada a una tasa i, basta dividir i por la diferencia entre la unidad y la tasa i.

Para encontrar la tasa efectiva por período, R, asumiendo que P = 1 y n = 1, se puede usar de la ecuación fundamental (1), asumiendo que P = 1 y n = 1, así:

$$F = (1 + R) = (1 + R)^m$$

$$R = (1 + e)^m - 1$$

Pero $e = \frac{i}{1-i}$ de donde

$$R = \left(1 + \frac{i}{1-i}\right)^m - 1$$

Si se recuerda además que $i = R/m$, tenemos:

$$R = \left(1 + \frac{r/m}{1 - \frac{r}{m}}\right)^m - 1 \qquad (6)$$

Esta es la ecuación definitiva que liga la tasa nominal, r, compuesta anticipadamente durante m subperíodos. Como se aprecia en otro artículo de este autor, citado en la bibliografía, aplica para pagos sobre saldos o para pagos uniformes, o para pagos anticipados del interés con repago del principal al final del período. Coincide con las fórmulas de descuento bancario y se reproduce la tabla correspondiente al final del escrito. (Tabla No. 4).

Analizando el ejemplo del Gráfico No. 8, que corresponde al repago de \$1000 al 29% de interés anual pagaderos por trimestre anticipado, y haciendo primero omisión de la comisión inicial, se usa la fórmula (6) y se obtiene:

$$R = \left(1 + \frac{,29/4}{1 - \frac{,29}{4}}\right)^4 - 1 = 0{,}3513$$

Obsérvese que la reinversión anticipada conlleva una tasa real del 35,13% frente a 33,82 % de la reinversión convencional. Introduciéndole el flujo de efectivo correspondiente a una calculadora financiera como la Texas Instrument modelo M.B.A., se obtiene una tasa interna de retorno del 7,816 % por trimestre equivalente al 35,13% anual, lo que indica que en sus rutinas se presupone reinversión anticipada.

Como dato curioso vale anotar que si en el ejemplar anterior se cargara una comisión inicial del 4 % , el costo del dinero pasaría al 45,82 % . En este caso una comisión inicial del 4 % , implica un encarecimiento del crédito de un 30 % .

6. EL INTERES SOBRE SALDOS ES SIMPLE O ES COMPUESTO?

El interés sobre saldos, así como los otros tipos de modalidades de repago aquí mencionadas, es simple y es compuesto. Al deudor solo se le cobra el interés sobre el saldo insoluto, y así las cosas el interés es simple. Para el acreedor puede ser simple o compuesto según él reinvierta los pagos que le hace el deudor. Mirado en este contexto el interés sobre saldos no implica anatosismo. Este último surgiría en el caso de mora, en el evento de que el interés se sumara al saldo insoluto para calcular los intereses del período siguiente.

7. CONCLUSIONES

El interés sobre saldos se comporta, para todos los efectos como interés compuesto convencional. No es ni más caro ni más barato, y es equivalente cancelar una deuda por este sistema, a hacerlo por instalamentos, o a cancelar al fin de cada período los intereses, para pagar la deuda al vencimiento.

El caso de intereses sobre saldos anticipados da lugar a un tratamiento distinto, cuyas fórmulas básicas se han deducido en este escrito, incluyendo además una para la modalidad de intereses sobre saldos con comisión inicial.

Si la inversión de pagos a principal e intereses se hace en forma anticipada, el interés efectivo equivale al descuento bancario. En este último caso la comisión inicial tiene un efecto muy acentuado sobre el costo de los fondos.

Los intereses sobre saldos pueden ser compuestos o simples de acuerdo al tratamiento que de el acreedor a los recibos periódicos.

TABLA No. 3

INTERESES EFECTIVOS (R) ANUALES

r Nominal	Mes m = 12	Trimestre m = 4	Semestre m = 2	Año m = 1
18%	19.725	19.805	20.097	21.240
25%	27.125	28.289	29.101	31.250
28%	31.780	32.485	33.174	35.840
30%	34.977	35.175	35.963	39.000
32%	36.604	37.921	38.809	42.240
34%	39.915	40.719	41.716	45.560
36%	43.305	43.572	44.683	48.960
40%	48.542	49.448	50.800	56.000

$$R = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{m+1} - \frac{\left(1 + \frac{r}{m}\right)^{m} - 1}{m} - 1$$

Intereses anticipados sobre saldos cuando estos intereses anticipados se reinvierten convencionalmente, por períodos vencidos

TABLA No. 4

INTERES (i) EFECTIVO

R Descuento % Nominal	Mes	Trim.	Sem.	Año
5	5.14	5.16	5.19	5.26
6	6.20	6.23	6.28	6.38
7	7.27	7.32	7.38	7.53
8	8.36	8.47	8.51	8.70
9	9.45	9.53	9.65	9.89
10	10.56	10.66	10.80	11.11
11	11.68	11.80	11.98	12.36
12	12.82	12.96	13.17	13.64
13	13.96	14.13	14.39	14.94
14	15.12	15.32	15.62	16.78
15	16.29	16.52	16.87	17.65
16	17.48	17.74	13.15	19.05
17	18.68	18.97	19.44	20.43
18	19.89	20.22	2-. 76	21.73
19	21.11	21.49	22.10	23.46
20	22.35	22.77	23.46	25.00
21	23.60	24.07	24.91	26.58
22	24.86	25.39	26.25	28.21
23	26.15	26.73	27.61	29.87
24	27.44	28.00	29.15	31.58
25	28.68	29.45	30.62	33.33
26	30.09	30.84	32.12	35.14
27	31.39	32.24	33.65	36.99
28	32.70	33.67	35.21	38.89
29	34.16	35.12	36.80	40.85
30	35.50	36.61	38.41	42.86
31	36.60	3-. 08	40.06	44.93
32	38.37	39.58	41.72	47.06
33	39.74	41.12	43.43	49.25
34	44.19	42.66	45.16	51.51
35	42.70	44.23	46.92	53.35
36	44.12	45.83	38.72	56.25

Estas tablas para descuento compuesto son las que se vienen utilizando para interés compuesto anticipado.

$$i = \left(1 + \frac{r/m}{1 - r/m}\right)^m - 1$$

r = tasa nominal por año

m = número de subperíodos de composición anticipada.

Nota: Se supone que los intereses anticipados y los abonos a capital se reinvierten en forma anticipada a la tasa r/m por subperíodo.

8. BIBLIOGRAFIA

Gutiérrez M. Luis Fernando, **Composición Anticipada de Intereses; su Efecto sobre la Evaluación Económica de Inversiones y su Relación con el Descuento Bancario.** Publicación No. 2, Icesi, Junio de 1980, Cali.

Gutiérrez M. Luis Fernando, **La Falacia del Interés Efectivo en los Intereses Anticipados,** Publicación No. 5, Febrero de 1981, Cali.

PUBLICACIONES DEL ICESI

No. 1 La Metodología de Sistemas y la Solución de Problemas Sociales.
Autor: Alberto León Betancourt, Ph. D.
Mimeógrafo
29 Páginas
Marzo de 1.980

No. 2 Composición Anticipada de Intereses. Su efecto sobre la Evaluación Económica de Inversiones y su Relación con el Descuento Bancario.
Autor: Luis Fernando Gutiérrez, M. Sc.
Mimeógrafo
18 páginas
Junio de 1.980

No. 3 La Gran Cruzada contra la Desvivienda
Autor: Germán Holguín Zamorano, Master en Administración Industrial.
Mimeógrafo
10 páginas
Agosto de 1980

No. 4 Modelo de Expansión de un Sector Productivo
Autor: Alberto León Betancourt, Ph. D.
Mimeógrafo
22 páginas
Octubre de 1980

No. 5 La Falacia del Interés Efectivo en los intereses anticipados
Autor: Luis Fernando Gutiérrez, M.Sc.
Mimeógrafo
14 páginas
Febrero de 1981

No. 6 Planeación Estratégica
Autor: Jorge Enrique Botero Uribe, M.A., M.B.A.
Mimeógrafo
41 páginas
Mayo de 1981

No. 7 Algunas ideas acerca del futuro de la relación entre el Hombre y el Conocimiento.
Autor: Alberto León Betancourt, Ph. D.
Mimeógrafo
12 páginas
Agosto de 1981

No. 8 La Tercera Alternativa
Autor: Doctor Alberto Díaz del Castillo
Mimeógrafo
21 páginas
Septiembre de 1981

No. 9 Los intereses sobre saldos y su relación con el interés compuesto y los pagos por cuotas. Intereses anticipados.
Autor: Luis Fernando Gutiérrez
Mimeógrafo
21 páginas
Marzo de 1982