## 3. INTERESES NOMINALES Y EFECTIVOS

Una cosa es hablar de una inversión de \$100 que redita el 24% anual, y otra cosa es hablar de que reditúa un 24 % anual compuesto mensualmente. En el supuesto de que los intereses sean por período vencido, el inversionista recibirá en un caso \$124 y en el otro \$126.82*

En el segundo caso la composición del interés es más frecuente, mensual, y hablamos de una tasa nominal **r** de interés (24% en este caso), con 12 períodos de composición (**m** = 12). Esto indica que en realidad se trata de un problema de inversión con un principal de \$100 (P), una tasa mensual de interés de 2 % (r/m = 24/12) y 12 períodos o meses. En términos generales la solución es:

$$F = P\,(1 + r/m)^m$$

donde en lugar de el **i** de la fórmula tradicional (1) usamos **r/m** *para significar el interés* correspondiente al tipo de períodos utilizados y se usa **m** para indicar el número de períodos de composición. Obsérvese que im = r.

Para complicar más las cosas, o para sacarle más partido a la inversión, comprometamos los mismos \$100, al mismo 24 % anual, componiendo mensualmente, pero además con intereses al comienzo del período. Empleamos la fórmula (6) en la cual i es el 2 % y (n + 1) es 13, con el siguiente resultado:

$$\begin{aligned} f &= P\,(1 + i)^{n+1} - Pi \qquad (6) \\ &= \$100\,(1 + 0.02)^{13} - \$100 \times 0.02 \\ &= \$127.36 \end{aligned}$$

Observamos que esta alternativa renta un poco más que la anterior, pero podríamos ir aún más lejos con la argucia de la reinversión indefinida de los intereses anticipados, la cual para este caso reditaría:

$$\phi = \frac{P\,(1 + i)^{n+1} - 2i}{1 - i} \qquad (12)$$

$$= \$100\,\frac{(1 + 0.02)^{13} - 0.04}{0.98} = \$127.92$$

De lo anterior podemos, pues, afirmar que un interés del 24 % nominal anual equivale al

*F = 100 $(1 + 0.24/12)^{12}$ = \$126.82

26.82% cuando se compone mensualmente, al 27.36% cuando además el interés se paga por anticipado y se reinvierte convencionalmente y al 27.92 % cuando adicionalmente el interés anticipado se reinvierte indefinidamente bajo el mismo esquema.

Para generalizar deduzcamos una fórmula que relacione el interés nominal con los intereses efectivos:

a) Para el caso de intereses por período vencido:

Si $P = 1$ y $n = 1$, la siguiente relación es cierta:

$$F = (1 + i)^1 = (1 + r/m)^m \qquad \text{de (1)}$$

donde **i**: es tasa de interés efectivo
**r**: Tasa nominal
**m**: períodos de composición

Luego

$$i = (1 + r/m)^m - 1 \qquad (13)$$

b) Para el caso de intereses anticipados, tomando la ecuación (6) y asumiendo que $n = 1$ y $P = 1$

$$F = (1 + i)^1 = (1 + r/m)^{m+1} - r/m$$

Luego

$$\boxed{i = (1 + r/m)^{m+1} - r/m - 1} \qquad (14)$$

c) En el evento de intereses anticipados reinvertidos indefinidamente también bajo la modalidad de composición anticipada, utilizando las expresiones (1) y (12) y haciendo $n = 1$ y $p = 1$, tenemos:

$$F = (1 + i)^1 = [(1 + \frac{r}{m})^{m+1} - \frac{2r}{m}] / (1 - \frac{r}{m})$$

De donde:

$$\boxed{i = \left[ [(1 + \frac{r}{m})^{m+1} - \frac{2r}{m}] / (1 - \frac{r}{m}) \right] - 1} \qquad (15)$$

Ejemplo: Calcular la tasa de interés efectiva que corresponde al 24% anual para los casos de composición mensual con interés sobre períodos vencidos y anticipados.

Para el caso de períodos vencidos empleamos la expresión (13) y tenemos:

$$i = (1 + 0.24/12)^{12} - 1 = 1.2682 - 1$$

$$= 0.2682$$

Equivale al 26.82 %

En el evento de intereses anticipados hacemos uso de la ecuación (14):

$$i = (1 + 0.24/12)^{13} - 0.24/12 - 1 = 1.2936 - 0.02 - 1$$

La tasa de interés es el 27.36 % anual efectivo

d) Si el interés a más de ser anticipado se reinvierte indefinidamente, usamos la ecuación (15):

$$i = \frac{(1 + 0.02)^{13} - 2 \times 0.02}{0.98} - 1$$

$$= \frac{1.2936 - 0.04}{0.98} - 1 = \frac{1.2536}{0.98} - 1 = .2792$$

Es decir, el 27.92 %

Las tablas del Anexo No. 1 resumen comparativamente estas equivalencias.

## 4. DESCUENTO BANCARIO Y RELACION CON EL INTERES

Estrictamente hablando el descuento bancario es una metodología utilizada para descontar obligaciones anticipadamente. Existe abundante bibliografía sobre el tema y tan conocido es que se incluye en los manuales de matemáticas financieras*.

El siguiente ejemplo tipifica su utilización: Una obligación de $1,000 vence dentro de tres años. Cómo se descontaría hoy esa deuda, al 4 % capitalizable anualmente?

Para resolver el problema se trabaja de adelante hacia atrás, deduciendo cuál sería el descuento un año antes, dos años antes y así sucesivamente. Veamos como:

* Por ejemplo, J.H. Moore en la bibliografía.