composición mensual con interés sobre períodos vencidos y anticipados.

Para el caso de períodos vencidos empleamos la expresión (13) y tenemos:

$$i = (1 + 0.24/12)^{12} - 1 = 1.2682 - 1$$

$$= 0.2682$$

Equivale al 26.82 %

En el evento de intereses anticipados hacemos uso de la ecuación (14):

$$i = (1 + 0.24/12)^{13} - 0.24/12 - 1 = 1.2936 - 0.02 - 1$$

La tasa de interés es el 27.36 % anual efectivo

d) Si el interés a más de ser anticipado se reinvierte indefinidamente, usamos la ecuación (15):

$$i = \frac{(1 + 0.02)^{13} - 2 \times 0.02}{0.98} - 1$$

$$= \frac{1.2936 - 0.04}{0.98} - 1 = \frac{1.2536}{0.98} - 1 = .2792$$

Es decir, el 27.92 %

Las tablas del Anexo No. 1 resumen comparativamente estas equivalencias.

4. DESCUENTO BANCARIO Y RELACION CON EL INTERES

Estrictamente hablando el descuento bancario es una metodología utilizada para descontar obligaciones anticipadamente. Existe abundante bibliografía sobre el tema y tan conocido es que se incluye en los manuales de matemáticas financieras*.

El siguiente ejemplo tipifica su utilización: Una obligación de $1,000 vence dentro de tres años. Cómo se descontaría hoy esa deuda, al 4 % capitalizable anualmente?

Para resolver el problema se trabaja de adelante hacia atrás, deduciendo cuál sería el descuento un año antes, dos años antes y así sucesivamente. Veamos como:

* Por ejemplo, J.H. Moore en la bibliografía.

Descuento de	Monto a descontar	Tasa de descuento		Descuento a la fecha	Valor Líquido
3 años	\$ 1,000	0.04	=	40	\$ 960
2 años	\$ 960	0.04	=	38.4	\$ 921.6
1 año	\$ 921.6	0.04	=	36.8	\$ 884.9
Hoy	\$ 884.9	0.04	=	35.4	\$ 849.4

Es decir, que hoy descontaríamos la obligación por \$849.40.

El método de cálculo puede racionalizarse deduciendo la siguiente expresión:

$$P = F\,(1 - d)^n \qquad (16)$$

y éste es fundamentalmente un método para hallar P conocido F, **n** períodos antes del vencimiento o maduración, a una tasa de descuento compuesto **d**.

Para demostrar que es distinto al interés compuesto y al interés compuesto anticipado, veamos a qué cantidad equivalen \$1,000 de hoy, dentro de tres años:

i) Considerando un interés compuesto del 6 % anual:
Empleamos la ecuación (1):

$$F = (1 + i)^n = \$1{,}000\ (1 + 0.06)^3 = \$1{,}191$$

ii) Considerando un interés compuesto anticipado del 6 % anual, empleando la fórmula (6) se obtiene:

$$F = P\,(1 + i)^{n+1} - Pi = 1{,}000\ (1 + 0.06)^4 - 1{,}000 \times 0.06 = \$1{,}202$$

iii) Considerando un descuento compuesto del 6 % anual y empleando la fórmula (16).

$$F = P/\,(1 - d)^n = 1{,}000/\,(1 - 0.06)^3 = \$1{,}204$$

Como se aprecia, los tres conceptos producen resultados diversos. Las respuestas son notoriamente más distintas cuando crece la magnitud de la tasa de interés. Repitiendo los cálculos con un interés del 30 % tendríamos respectivamente los siguientes valores de F: $2,197, $2,556 y $2,915. Se concluye que es más caro el descuento compuesto que el interés compuesto.

Fácilmente pueden deducirse de la expresión (16) fórmulas de interés equivalentes a descuentos nominales, t*, compuestos durante un período:

$$P = F\left(1 - \frac{t}{m}\right)^{mn} \qquad (17)$$

Donde **t** es el descuento nominal por período, **m** el número de composiciones y **n** el número de períodos. Para P y **n** iguales a 1, podemos escribir:

$$F = 1/\left(1 - \frac{r}{m}\right)^{m} = (1 + i) \quad \text{de relaciones (17) y (1)}$$

$$\text{De donde } i = \frac{1}{\left(1 - \frac{t}{m}\right)^{m}} - 1$$

Esta fórmula es muy conocida y se encuentra tabulada. El Anexo No. 2 contiene la tabla correspondiente con fines de comparación. Precisamente estas fórmulas y estas tablas son las que equivocadamente han circulado en el país como correspondiente al interés anticipado, al cual denominan descuento. La equivalencia de denominaciones no es en sí problema serio, más sí la confusión entre el significado de descontar y el de componer anticipadamente los intereses.

En la circular de la Superintendencia Bancaria citada en la Bibliografía, en su reproducción por Fasecolda, en las tablas de Matemáticas Financieras del Dr. Ricardo Salas y en el Boletín Económico No. 101 del BIC se cae en el mismo error, pues todas estas publicaciones acaban ofreciendo tablas o fórmulas de descuento como de interés anticipado.

El Dr. Leonardo Hincapié Naranjo - Boletín Económico No. 101 BIC - desarrolla conceptualmente bien un ejemplo de interés compuesto explicando que $100 colocados al 2 % mensual anticipado producirían $2 al comienzo de cada mes, los cuales reinvertidos al 2 % generarían al final del año una suma que añadida a los $100 del principal confluirían en un valor final mayor que para el caso de los intereses liquidados al final del período. Desafortunada-

*t es la tasa nominal de descuento por período, y **m** es el número de subperíodos de composición, d x m = t mente para hallar el valor F usa las tablas de descuento y termina con una cifra de \$127.43, cuando, de acuerdo con la metodología que él sugiere, debería resultar en \$127.36.

Aparentemente las pequeñas diferencias numéricas fueron atribuídas a la aproximación matemática y este hecho, aunado al análisis de problemas que abarcan un solo período, donde se da una coincidencia entre el descuento y el interés anticipado calculado como tasa interna de retorno, contribuyeron al equívoco aquí expuesto y demostrado.

El interés compuesto anticipado o vencido, calcula la suma capitalizada al fin de cada período multiplicando el principal acumulado por $(1 + i)$, cuando el descuento halla el monto pagable por una obligación dividiendo el valor líquido al final del período por $(1 - d)$ para tener así el valor líquido al comienzo del mismo período. Como se aprecia son dos conceptos distintos.

5. CONCLUSIONES

Ha quedado demostrado que no es lo mismo el interés compuesto anticipado que el descuento compuesto bancario según la acepción tradicional. Así se adoptara este nombre como terminología, lo que no se puede aceptar es que se utilicen las equivalencias correspondientes al descuento como aplicables al interés compuesto anticipado. Hacerlo es, en el mejor de los casos, un error conceptual inadmisible aun cuando las diferencias en términos numéricos puedan ser despreciables.

Igualmente se ha racionalizado la posibilidad de la reinversión indefinida, práctica esta común entre las instituciones financieras, aunque utilizada por mera intuición, ante el convencimiento de que cuesta mucho mantener efectivo ocioso.

6. BIBLIOGRAFIA

1) J.H. Moore, **Manuel de Matemáticas Financieras,** UTEHA. Reimpresión de 1969.

2) Leonardo Hincapié Naranjo, **Tasa de Interés Nominal y Efectiva.** Mimeógrafo. Publicados como el Boletín Económico No. 101 del BIC, Julio 1977.