

EXAMEN FINAL DE ÁLGEBRA Y FUNCIONES (Período 092)

Nombre y código: _____ Profesor(a) _____ Grupo: _____

Esperamos que tenga un buen desempeño en este examen, que hemos elaborado cuidadosamente con base en los objetivos de aprendizaje que se le fijaron al curso. Trabaje tranquilo, pero cuidadosamente y sin perder tiempo. Los puntos del examen se han escogido de tal manera que no se requiere calculadora para resolverlo; por esta razón no se permite su uso.

Recuerde que dar o recibir ayuda por cualquier medio para resolver un examen ocasiona la anulación del mismo.

Asegúrese en este momento de tener apagados y guardados su celular y cualquiera otro aparato electrónico; el no hacerlo es causa de anulación del examen.

1.1 (10%) Localice en las columnas de la derecha la respuesta de cada punto de la columna izquierda y escriba frente al signo = la letra correspondiente. (Las operaciones deben aparecer, identificadas con el punto correspondiente, en el espacio adjunto)

1. $\sqrt{80} - \sqrt{5} = \underline{\hspace{2cm}}$

A. 10

E. $\frac{-5}{16}$

2. $\left(\frac{3}{4} + \frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$

B. $3\sqrt{5}$

F. $\frac{-1}{16}$

3. $\left(-1 + \frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} = \underline{\hspace{2cm}}$

C. $5\sqrt{3}$

4. $\left(-\frac{1}{24} - \frac{1}{12}\right) \div \sqrt[3]{\frac{2}{25} - \frac{2}{5^3}} = \underline{\hspace{2cm}}$

D. $\left(\frac{5}{2}\right)^2$

1.2 (20%) Cada punto siguiente debe responderse o completarse en el espacio adjunto. Los sencillos cálculos numéricos están pensados para que no requiera calculadora.

a. **Llene los espacios en blanco:** El resultado de simplificar la expresión $(1 + \sqrt{2}) + (-\sqrt{2})$ es ____ Las propiedades de la suma de números reales que se aplican para obtener este resultado son, **en su orden:** la propiedad _____ la propiedad _____ y la propiedad _____.

b. Aplicando las leyes de los exponentes, **determine**, utilizando el espacio adjunto, **el único valor de x** que satisface la igualdad siguiente:

$$\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^x \left[\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}\right]^{x-1} = \frac{2}{3}$$

c. En el espacio siguiente muestre que al simplificar completamente la expresión dada el resultado es $\frac{2x}{3}$

$$\frac{\frac{x}{2}}{\frac{3}{2} - \frac{x}{x+1}} \times \frac{2 - \frac{x^2-3}{3}}{x - \frac{x^2-3}{2}}$$

ESTOS PUNTOS DEBEN SER RESUELTOS EN LOS FORMATOS DE EXAMEN QUE SE LE ENTREGARON

- 3 (15%) Identifique la cónica de ecuación $9x^2 + 25y^2 - 54x + 100y - 44 = 0$. Si es una parábola determine el vértice, el foco y la ecuación de la directriz. Si es una elipse o una hipérbola, determine el centro, los focos, los vértices, y la excentricidad. Finalmente haga la gráfica correspondiente.
- 4 (10%) Dados los puntos P(7, -1) y Q(2, -11), determine:
- La ecuación de la recta que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular a la recta determinada por P y Q.
 - La ecuación de la circunferencia que tiene como uno de sus diámetros el segmento PQ
- 5 (10%) a. Demuestre la identidad $(\cos x)(\cot x + \tan x) = \csc x$
- b. Determine el valor de esta expresión: $\tan(\arccos(1/4))$
- 6 (15%) Resuelva tres de las cuatro ecuaciones siguientes:
- $2 \ln x = \ln(4x + 6) - \ln 2$
 - $\cos(2x) + \cos x = 0, \quad x \in [0, 2\pi]$
 - $x^4 - 2x^3 - 2x^2 - 2x - 3 = 0$, sabiendo que $x = i$ es una solución
 - $4x^3 e^{-3x} - 3x^4 e^{-3x} = 0$
- 7 (10%) Resuelva solamente uno de los siguientes problemas:
- Midiendo desde cada extremo de un puente de 300 metros de longitud los ángulos de depresión con respecto a un mismo punto sobre el nivel del agua son 60° y 45° . ¿Cuál es la altura del puente sobre la superficie del agua?
 - Una sustancia radiactiva se desintegra según la función $y = Ae^{-0.2x}$, en la que y es la cantidad de sustancia en gramos presente después de x años. Si la cantidad inicial de sustancia (cuando $x=0$) es 80 gramos, ¿en cuántos años quedará la mitad de esa cantidad inicial? (Es posible que alguno de estos valores le sea de utilidad: $\ln 2=0.693$, $\ln 4=3.689$, $\ln(1/2)=-0.693$)