



UNIVERSIDAD
ICESI

Facultad de Ingeniería
Departamento de
Matemáticas y Estadística

Profesor Michell A. Gómez L.

14 de Octubre de 2009.

Cálculo de varias variables. Período Académico 092. G-15. Segundo parcial.

Nombre _____ Código _____

1. (8 puntos) Identifique la superficie (escriba la ecuación canónica) formada por el conjunto de todos los puntos tales que su distancia al punto $(3, -3, 3)$ es igual al doble de su distancia al punto $(0, 0, 0)$.
2. (10 puntos) Un objeto se mueve con velocidad $\mathbf{v}(t) = \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)\mathbf{i} + t^2\sqrt{t^3 + 3}\mathbf{j} + t^2 \ln t\mathbf{k}$. Calcule la rapidez y la aceleración del objeto en el instante $t = 1$. Halle el vector posición si $\mathbf{r}(1) = \mathbf{k}$.
3. (10 puntos) Considere la función

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Determine una expresión para f_y y calcule $f_{yx}(0, 0)$.

4. (10 puntos) a) Suponga que $z = f(x, y)$ donde $x = a(s + t)$ y $y = a(s - t)$. Halle todos los valores de la constante a que satisfacen

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 - \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 = \frac{\partial z}{\partial s} \frac{\partial z}{\partial t}.$$

- b) El radio de un cilindro circular recto crece a razón de 6 pulgadas por minuto, y la altura decrece a razón de 4 pulgadas por minuto. ¿Cuál es el ritmo de cambio del volumen cuando el radio es 12 pulgadas y la altura es 36 pulgadas?
5. (12 puntos) Considere la función $f(x, y) = 8x^2 + 2y^2$.

a) Parametrice la curva de nivel $f(x, y) = 16$.

b) Encuentre un vector normal a la curva de nivel anterior en el punto $(1, 2)$ y la ecuación forma punto pendiente de la recta tangente a la curva en ese punto.

c) Halle los vectores \mathbf{u} en los que $D_{\mathbf{u}}f(1, 2) = 0$.

Opcional (5 puntos) ¿Es $x_0x + y_0y + z_0z = r^2$ el plano tangente a $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ en el punto (x_0, y_0, z_0) ? ¿La recta normal en ese punto pasa por el origen? Justifique sus respuestas.