

Taller #2
Econometría 06169

Profesor: Julio César Alonso

Monitores: Hernán Betancur
David Valencia

Notas:

- o Recuerde que tres preguntas, seleccionadas al azar, serán calificadas.
- o Este taller es para ser entregado entre las 8:30 am y 9:30 am del 29 de enero en mi oficina.

INSTRUCCIONES:

- Este taller puede ser escrito a mano, pero con letra legible.
- Cuando sea posible, debe mostrar el procedimiento efectuado para llegar a sus resultados.
- Este taller es un trabajo en pareja. Por tanto el taller debe reflejar **únicamente** el trabajo de la pareja.

1. Demuestre que en un modelo de regresión simple la covarianza entre μ_i y X_i es cero, o formalmente que $E(\mu_i X_i) = 0$

Una gran empresa productora de uchuvas está pensando en estimar la demanda de su producto en función del precio. La empresa para dicho estudio está considerando los siguientes modelos:

I) $D_t = \alpha_0 + \alpha_1 P_t + \varepsilon_t$

II) $\ln(D_t) = \beta_0 + \beta_1 \ln(P_t) + \delta_t$

III) $\ln(D_t) = \mu_0 + \mu_1 P_t + v_t$

IV) $D_t = \gamma_0 + \gamma_1 \ln(P_t) + \xi_t$

Donde D_t y P_t corresponden a las cantidades demandadas y al respectivo precio en el periodo t, respectivamente.

2. Usted, como encargado del sector de ventas debe responder las siguientes inquietudes del gerente:
 - a. ¿Cuál es el signo esperado del coeficiente α_1 del primer modelo?
 - b. Interpretar económica y matemáticamente los coeficientes α_0 y α_1 .
3. Continuando con la pregunta anterior, interpretar el significado económico de los siguientes coeficientes
 - a. β_1
 - b. μ_1
 - c. γ_1 .
4. De acuerdo a la pregunta anterior, esboce¹ la gráfica de cada uno de los 4 modelos considerados anteriormente y muestre todos los supuestos que realiza para hacer su gráfica. Recuerde que los economistas graficamos los precios en el eje vertical y las cantidades en el eje horizontal!

¹ Muestre como se esperaría que fuera la forma de la gráfica de acuerdo a su intuición económica. En otras palabras, no use valores numéricos para este punto.

5. A partir de la información que encontrará en el archivo T2-01-07.xls calcule cada uno de los cuatro modelos planteados. Reporte sus resultados en una tabla. *(Es importante que presente las fórmulas que está empleando, qué valores se remplazan en cada fórmula y el resultado final. En la tabla únicamente debe reportar los resultados obtenidos, de acuerdo a las indicaciones dadas en la clase del miércoles)*
6. Interprete los coeficientes estimados para el modelo I) y IV)

Taller #2
Respuestas Sugeridas
Econometría 06169

Profesor: Julio César Alonso
Monitores: Hernán Betancur
David Valencia

Notas:

- Recuerde que tres preguntas, seleccionadas al azar, serán calificadas.
- Este taller es para ser entregado entre las 8:30 am y 9:30 am del 29 de enero en mi oficina.

INSTRUCCIONES:

- Este taller puede ser escrito a mano, pero con letra legible.
- Cuando sea posible, debe mostrar el procedimiento efectuado para llegar a sus resultados.
- Este taller es un trabajo en pareja. Por tanto el taller debe reflejar **únicamente** el trabajo de la pareja.

1. Demuestre que en un modelo de regresión simple la covarianza entre μ_i y X_i es cero, o formalmente que $E(\mu_i X_i) = 0$

Es fácil mostrar que:

$$\text{Cov}(\mu_i, X_i) = E[\mu_i - E(\mu_i)][X_i - E(X_i)]$$

$$\text{Cov}(\mu_i, X_i) = E[\mu_i(X_i - E(X_i))] \text{ , puesto que } E(\mu_i) = 0$$

$$\text{Cov}(\mu_i, X_i) = E(\mu_i X_i) - E(X_i)E(\mu_i) \text{ , puesto que } E(X_i) \text{ es no estocástica}$$

$$\text{Cov}(\mu_i, X_i) = E(\mu_i X_i) = E(\mu_i) X_i \text{ puesto que } E(\mu_i) = 0$$

$$\text{Cov}(\mu_i, X_i) = 0$$

Una gran empresa productora de uchuvas está pensando en estimar la demanda de su producto en función del precio. La empresa para dicho estudio está considerando los siguientes modelos:

I) $D_t = \alpha_0 + \alpha_1 P_t + \varepsilon_t$

II) $\ln(D_t) = \beta_0 + \beta_1 \ln(P_t) + \delta_t$

III) $\ln(D_t) = \mu_0 + \mu_1 P_t + v_t$

IV) $D_t = \gamma_0 + \gamma_1 \ln(P_t) + \xi_t$

2. Usted, como encargado del sector de ventas debe responder las siguientes inquietudes del gerente:
 - a. ¿Cuál es el signo esperado del coeficiente α_1 del primer modelo?

Dado que se está analizando la demanda en función del precio, se debería esperar que el signo asociado a α_1 sea negativo, ya que conforme aumenta el precio, la demanda debe disminuir.

b. Interpretar económica y matemáticamente los coeficientes α_0 y α_1 .

En el modelo $D_t = \alpha_0 + \alpha_1 P_t + \varepsilon_t$ el coeficiente α_0 mide la demanda prevista a un precio de cero, por lo que en este caso carece de significado económico. El coeficiente α_1 matemáticamente representa la derivada parcial de la cantidad demandada respecto al precio,

$\alpha_1 = \frac{\partial D_t}{\partial P_t} \Rightarrow \alpha_1 \approx \frac{\Delta D_t}{\Delta P_t}$ Entonces el coeficiente mide cuantas unidades variara la cantidad demandada cuando el precio se incrementa en una unidad.

3. Continuando con la pregunta anterior, interpretar el significado económico de los siguientes coeficientes

a. β_1

Para interpretar β_1 en el modelo $\text{Log}(D_t) = \beta_0 + \beta_1 \text{Log}(P_t) + \delta_t$, se debe derivar la función como sigue a continuación:

$$\beta_1 = \frac{\partial \text{Log}(D_t)}{\partial \text{Log}(P_t)} \approx \frac{\Delta \text{Log}(D_t)}{\Delta \text{Log}(P_t)} = \frac{\frac{\Delta D_t}{D_t}}{\frac{\Delta P_t}{P_t}} = \frac{\Delta D_t}{\Delta P_t} \cdot \frac{P_t}{D_t} = E_{D,P}$$

Podemos entonces interpretar β_1 como la elasticidad precio de la demanda. Por lo tanto cuando los precios crecen un 1%, la demanda lo hará un $\beta_1\%$.

b. μ_1

Para interpretar μ_1 en el modelo $\text{Log}(D_t) = \mu_0 + \mu_1 P_t + v_t$ se debe derivar la función como sigue a continuación:

$$\mu_1 = \frac{\partial \text{Log}(D_t)}{\partial P_t} \approx \frac{\Delta \text{Log}(D_t)}{\Delta P_t} = \frac{\frac{\Delta D_t}{D_t}}{\Delta P_t} = \frac{\Delta D_t}{D_t \Delta P_t}$$

Que representa un semielasticidad. Por lo tanto cuando los precios aumentan en una unidad, la demanda lo hará un $(100)\mu_1\%$

c. γ_1 .

Para interpretar γ_1 en el modelo $D_t = \gamma_0 + \gamma_1 \text{Log}(P_t) + \varpi_t$ se debe derivar la función como sigue a continuación:

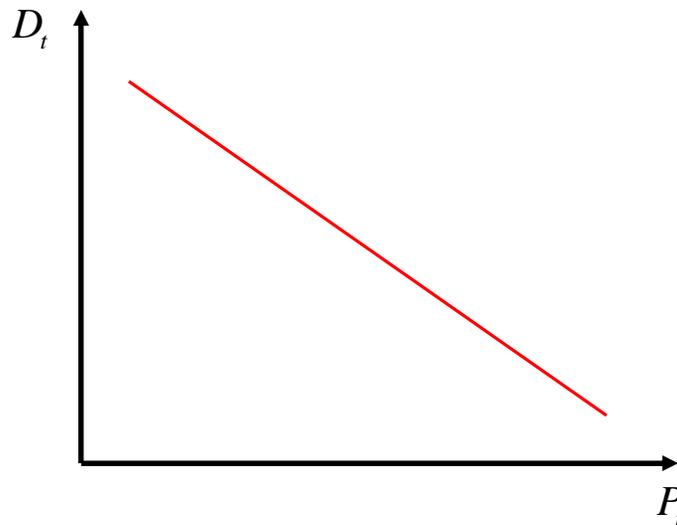
$$\gamma_1 = \frac{\partial D_t}{\partial \text{Log}(P_t)} \approx \frac{\frac{\Delta D_t}{D_t}}{\frac{\Delta P_t}{P_t}} = \frac{\Delta D_t}{\Delta P_t} P_t$$

Por lo tanto cuando los precios crecen en un 1% la demanda variara en $100 * \gamma_1$ % unidades.

4. De acuerdo a la pregunta anterior, esboce¹ la gráfica de cada uno de los 4 modelos considerados anteriormente y muestre todos los supuestos que realiza para hacer su gráfica. Recuerde que los economistas graficamos los precios en el eje vertical y las cantidades en el eje horizontal!

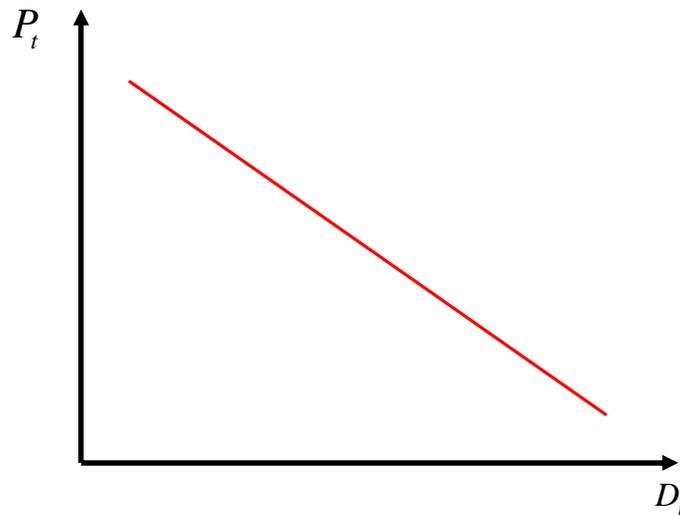
Modelo I

Sabemos que para el modelo I ($D_t = \alpha_0 + \alpha_1 P_t + \varepsilon_t$) el modelo corresponde a una línea recta en el espacio D_t y P_t . Suponiendo que α_1 es negativo, tendremos la siguiente gráfica.



Ahora graficando esto en la forma usual que lo hacemos los economistas, obtendremos:

¹ Muestre como se esperaría que fuera la forma de la gráfica de acuerdo a su intuición económica. En otras palabras, no use valores numéricos para este punto.



Modelo II

Dado que queremos graficar el modelo II ($\ln(D_t) = \beta_0 + \beta_1 \ln(P_t) + \delta_t$) en el espacio D_t y P_t , debemos encontrar cuál es la correspondiente pendiente y curvatura. Dado que:

$$\ln(D_t) = \beta_0 + \beta_1 \ln(P_t) + \delta_t$$

$$e^{\ln(D_t)} = e^{\beta_0 + \beta_1 \ln(P_t) + \delta_t}$$

$$D_t = \gamma_0 P_t^{\beta_1} \varepsilon_t$$

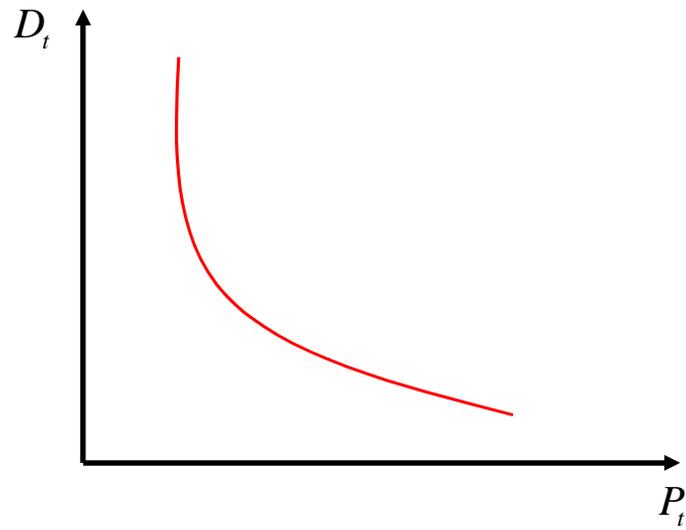
Con $\ln(\gamma_0) = \beta_0$ y $\delta_t = \ln(\varepsilon_t)$. Entonces,

$$\frac{dD_t}{dP_t} = \beta_1 \gamma_0 P_t^{\beta_1 - 1} \varepsilon_t$$

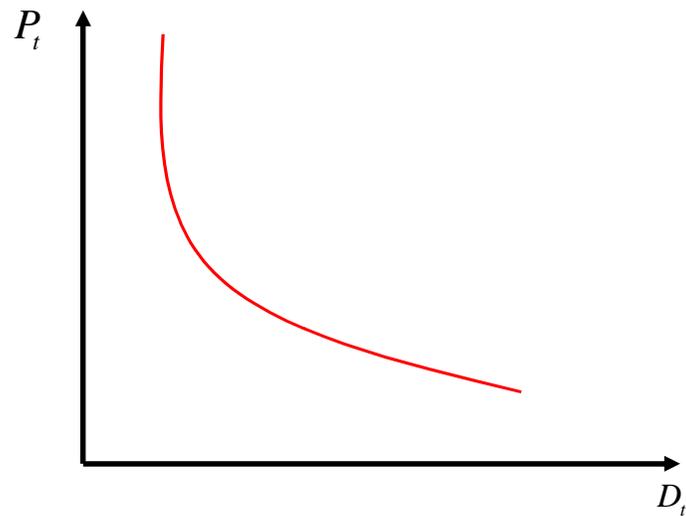
Esta derivada será negativa si suponemos que $\beta_1 < 0$. Así mismo, tenemos que

$$\frac{d^2 D_t}{dP_t^2} = \beta_1 (\beta_1 - 1) \gamma_0 P_t^{\beta_1 - 2} \varepsilon_t$$

Dado que $\beta_1 < 0$, tenemos que $\frac{d^2 D_t}{dP_t^2} > 0$. Así, tendremos la siguiente gráfica.



Ahora graficando esto en la forma usual que lo hacemos los economistas, obtendremos:



Modelo III

Dado que queremos graficar el modelo III ($\ln(D_t) = \mu_0 + \mu_1 P_t + v_t$) en el espacio D_t y P_t , debemos encontrar cuál es la correspondiente pendiente y curvatura. Dado que:

$$\ln(D_t) = \mu_0 + \mu_1 P_t + v_t$$

$$e^{\ln(D_t)} = e^{\mu_0 + \mu_1 P_t + v_t}$$

$$D_t = \gamma_0 e^{\mu_1 P_t} \varepsilon_t$$

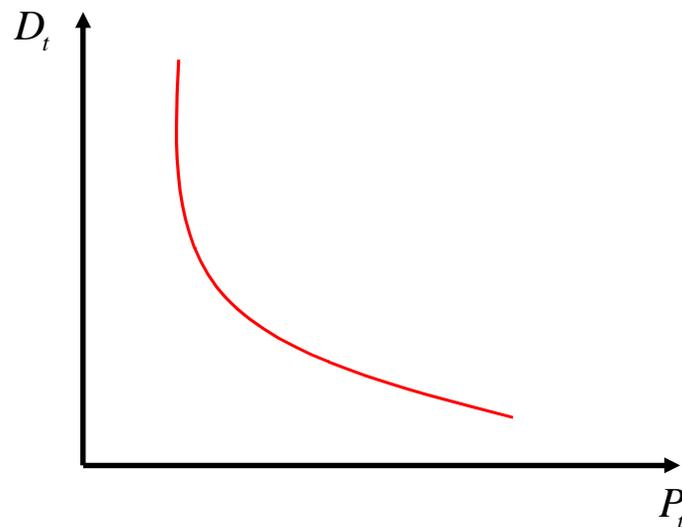
Con $\ln(\gamma_0) = \mu_0$ y $\delta_t = \ln(\varepsilon_t)$. Entonces,

$$\frac{dD_t}{dP_t} = \mu_1 \gamma_0 e^{\mu_1 P_t} \varepsilon_t$$

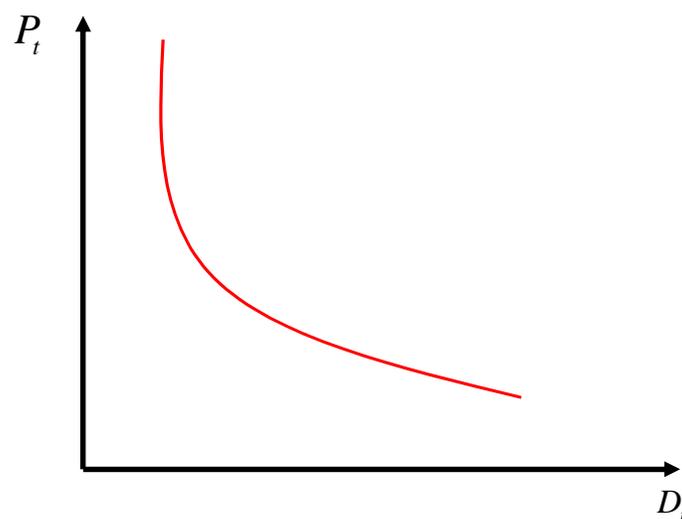
Esta derivada será negativa si suponemos que $\mu_1 < 0$. Así mismo, tenemos que

$$\frac{d^2 D_t}{dP_t^2} = \mu_1^2 \gamma_0 e^{\mu_1 P_t} \varepsilon_t > 0$$

Así, tendremos la siguiente gráfica.



Ahora graficando esto en la forma usual que lo hacemos los economistas, obtendremos:



Modelo IV

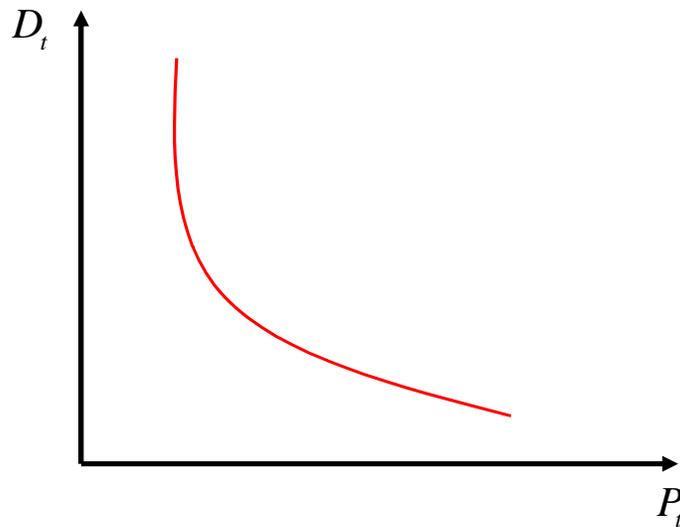
Dado que queremos graficar el modelo III ($D_t = \gamma_0 + \gamma_1 \ln(P_t) + \xi_t$) en el espacio D_t y P_t , debemos encontrar cuál es la correspondiente pendiente y curvatura. Entonces,

$$\frac{dD_t}{dP_t} = \gamma_1 \frac{1}{P_t}$$

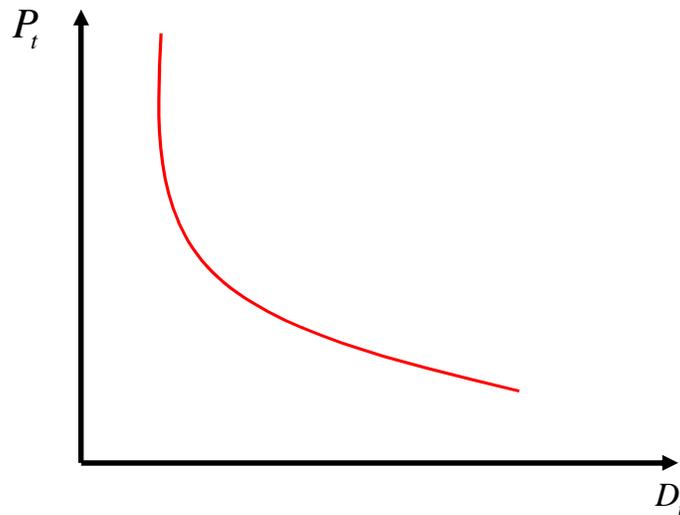
Esta derivada será negativa si suponemos que $\gamma_1 < 0$. Así mismo, tenemos que

$$\frac{d^2 D_t}{dP_t^2} = -\gamma_1 \frac{1}{P_t^2} > 0$$

Además note que a medida que el precio se hace grande Así, tendremos la siguiente gráfica.



Ahora graficando esto en la forma usual que lo hacemos los economistas, obtendremos:



5. A partir de la información que encontrará en el archivo T2-01-07.xls calcule cada uno de los cuatro modelos planteados. Reporte sus resultados en una tabla.

Tabla 1. Resultado Estimación de los 4 modelos.

	Modelo I Var. Dep: D_t	Modelo II Var. Dep: $\ln(D_t)$	Modelo III Var. Dep: $\ln(D_t)$	Modelo IV Var. Dep: D_t
Intercepto	40.74	3.58	3.61	40.65
P_t	0.04173	-	0.00255	-
$\ln(P_t)$	-	0.03251	-	0.42
S^2	118.10	0.135	0.134	118.47
n	100	100	100	100

6. Interprete los coeficientes estimados para el modelo I) y IV).

I) $D_t = \alpha_0 + \alpha_1 P_t + \varepsilon_t$

IV) $D_t = \gamma_0 + \gamma_1 \ln(P_t) + \xi_t$

$\alpha_0 = 40,74$ Matemáticamente, es el nivel de demanda cuando el precio de las uchuvas es cero, pero dado que no existe tal precio el intercepto carece de sentido económicamente.

$\alpha_1 = 0,04173$ Ante un incremento de una unidad en el precio de las uchuvas la cantidad demandada se incrementa en 0,04173 unidades

$\gamma_0 = 40,65$ Matemáticamente es la cantidad demandada cuando el precio de las uchuvas es 1. Económicamente este coeficiente estimado carece de interpretación económica.

$\gamma_1 = 0,42$ Ante un incremento del 1% en el precio de las uchuvas la cantidad demandada se incrementa en 0,42 unidades.