Facultad de Ingeniería
Departamento de Matemáticas y Estadística

**Cálculo diferencial**
**Segunda Parcial**

22 de marzo de 2012
Profesor: Frank Didier Suárez Motato

1. (20 %) Decida la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones. Justifique claramente su respuesta mediante un contraejemplo o una demostración.

   *a*) Si $y = (e^{5x^3+1} + 4x^5)^7$, entonces es falso que $y' = 15x^2(e^{5x^3+1} + 4x^5)^6 + 20x^4$

   *b*) Si hay un punto donde una función $y = f(x)$ alcanza un máximo o un mínimo, entonces en ese punto existe una recta tangente de pendiente $m = 0$.

   *c*) Si la función $y = f(x)$ es continua en un punto $(x_0, f(x_0))$, entonces es derivable en ese punto.

   *d*) La tangente a la gráfica de una función derivable en un punto donde la función alcanza un máximo o un mínimo es horizontal.

2. (15 %) Encuentre la ecuación de la recta que pasa por el punto $(1, 2)$ y es paralela a la recta tangente a la curva $f(x) = 5(x^2 - 1)^3$ que pasa por $(1, 5)$.

3. (24 %) Suponga que la ecuación de demanda para el producto de un monopolista es $p = 400 - 2x$ y que la función de costo promedio es $\bar{c} = 0{,}2x + 4 + \dfrac{400}{x}$. Donde $x$ es el número de unidades, y $p$ y $\bar{c}$ se expresan en dólares por unidad.

   *a*) Determine el nivel de producción en el que se maximiza la utilidad.

   *b*) Determine el precio en el que ocurre la utilidad máxima.

   *c*) Determine la utilidad máxima.

4. (20 %) Demuestre que la función de demanda

$$p = \frac{100}{x+2}$$

   es creciente y cóncava hacia arriba para $x > 0$.

5. (21 %) Dada la función $y = 3x^5 - 5x^3$.

   *a*) Encuentre los puntos críticos e intervalos de crecimiento y decrecimiento.

   *b*) Encuentre los puntos de inflexión y los intervalos de concavidad.

   *c*) Haga un bosquejo de la gráfica de la función.