



PARCIAL I
ALGEBRA LINEAL GR 7
PROFESOR: OMAR JARAMILLO

I. (9 puntos) Decida el valor de verdad, falso o verdadero de cada una de las siguientes afirmaciones. Justifique plenamente cada una de sus afirmaciones.

- (a) El vector $u = (3, -12)$ es una combinación lineal de los vectores $v = (1, -2)$ y $w = (0, 3)$. ()
- (b) Dada A una matriz $n \times n$, entonces $A - A^T$ es una matriz simétrica. ()
- (c) Si el sistema $Ax = 0$ tiene una solución no trivial, entonces si el sistema $Ax = b$ es consistente, tendrá una única solución. ()

II. VECTORES.

- (a) (5 puntos) Dados los vectores $u = (2, a, -3)$ y $v = (6, b, -9)$, determine los posibles valores de a y b para que los vectores sean paralelos y $\|u\| = 4$.
- (b) (5 puntos) Si un aeroplano vuela en la dirección $u = (0, 100)$, pero al ser afectado por el viento termina volando en la dirección $v = (50, 100)$. En una figura indique la dirección aproximada del viento y calcule su velocidad.

III. SISTEMAS LINEALES.

- (a) (4 puntos) Un ebanista fabrica sillas, mesas para café y mesas para comedor. Se necesitan 10 minutos para lijar una silla, 6 para pintarla y 12 para barnizarla. Se requieren 12 minutos para lijar una mesa para café, ocho para pintarla y 17 para barnizarla. Son necesarias 15 minutos para ligar una mesa de comedor, 12 para pintarla y 18 para barnizarla. El centro de lijado está disponible 16 horas a la semana, el de pintura 11 horas a la semana y el de barnizado 18 horas. Plantee un sistema lineal que le permita decir cuántas unidades de cada mueble deben producirse por semana de modo que los centros de trabajo se utilicen a toda su capacidad. **(solo plantee el sistema, no lo resuelva)**

(b) (8 puntos) Dado el siguiente sistema

$$\begin{cases} x + 2y + z - w = 1 \\ -3x - 6y + 9w = -12 \\ 2x + 4y + 5z + 4w = -7 \end{cases}$$

Encuentre la solución del sistema y la solución de su sistema homogéneo asociado.

- (c) (7 puntos) Dada la matriz $A = \begin{bmatrix} 3 & 9 & -12 \\ 4 & 13 & -14 \\ -2 & -8 & 4 \end{bmatrix}$, de existir, calcular A^{-1} .

IV. (6 puntos) Dada la matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & 5 & 0 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}$, calcular por cofactores el determinante de A . Además encontrar $\det(A^{-1})$.

V. (8 puntos) Demuestre **solo dos** de los siguientes enunciados:

- (a) Si u y v son soluciones del sistema lineal $Ax = b$, entonces $u - v$ es una solución del sistema homogéneo asociado $Ax = 0$ y si $r + s = 1$, $ru + sv$ es solución del sistema $Ax = b$.
- (b) Dada A una matriz $n \times n$, entonces $\det(\text{adj } A) = [\det(A)]^{n-1}$.
- (c) Demuestre que $4u \cdot v = \|u + v\|^2 - \|u - v\|^2$.