UNIVERSIDAD ICESI
Facultad de Ingeniería
Departamento de Matemáticas y Estadística

ALGEBRA LINEAL
PROFESOR: OMAR JARAMILLO
QUIZ 3
29 de Octubre 2012

Nombre: Código:

1. (12 puntos)Sea W el subespacio de $\mathbb{R}^4$ con base $\boldsymbol{S} = \{(1,-2,0,1).(-1,0,0-1),(1,1,0,0)\}$ Utilice el proceso de Gram-Schmidt para transformar $\boldsymbol{S}$ a una base ortonormal para W.

2. (10 puntos)Determine la recta de mínimos cuadrados para los puntos $(4,3),(5,2),(6,4)$ y $(7,3)$.

3. Dada la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

   (a) (4 puntos)Encuentre el polinomio característico de **A**.
   (b) (3 puntos)Si la factorización de su polinomio característico es $p(\lambda) = \lambda^2(\lambda - 3)$, encuentre los valores propios y su multiplicidad.
   (c) (7 puntos)De una base para cada espacio propio.
   (d) (4 puntos)De una matriz **ortogonal** $\boldsymbol{P}$ y una diagonal $\boldsymbol{D}$, tal que $\boldsymbol{D} = \boldsymbol{P^T A P}$.

4. (10 puntos)Demuestre los siguientes enunciados:
   (a) Sea $\boldsymbol{A}_{nxn}$, y $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{P^{-1} A P}$ semejante a $\boldsymbol{A}$. Demuestre que si $\boldsymbol{x}$ es un vector propio de $\boldsymbol{A}$ asociado con el valor propio $\boldsymbol{\lambda}$ de $\boldsymbol{A}$, entonces $\boldsymbol{P^{-1}x}$ es un vector propio de $\boldsymbol{B}$ asociado con el valor propio $\boldsymbol{\lambda}$ de $\boldsymbol{B}$.
   (b) Sean $\{u_1, \dots, u_k, u_{k+1}, \dots, u_n\}$ una base ortonormal para $\mathbb{R}^n$, $\boldsymbol{V} = gen\{u_1, \dots, u_k\}$ y $\boldsymbol{W} = gen\{u_{k+1}, \dots, u_n\}$. Demuestre que cualesquiera dos vectores $\boldsymbol{x}$ en $\boldsymbol{V}$, $\boldsymbol{y}$ en $\boldsymbol{W}$, $\boldsymbol{x}.\boldsymbol{y} = 0$