

Examen Final del curso Álgebra y funciones ( 23 de mayo de 2013)

Nombre del estudiante: \_\_\_\_\_

Profesor: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

**OBSERVACIÓN:** Apague y guarde todo aparato de comunicación en un bolso, y lleve éste al frente del salón. **RECUERDE:** Si alguno de los profesores que supervisa el examen advierte que usted no cumple con la exigencia anterior le anulará el examen de inmediato y se reportará el hecho a la Decanatura.

PUNTO UNO. GENERALIDADES (49 puntos; 7c/u): En los puntos 1 a 8 escriba una X sobre el segmento, al lado de la opción correcta. Muestre el proceso de solución en el cuadernillo de respuestas. **Respuesta no justificada recibirá 0 puntos.**

1. Sólo una de las igualdades siguientes es falsa. Determínela:

•  $\left( \frac{(2x+5)(x+2)}{x^2+4x+3} \right) \left( \frac{x+3}{2x+5} \right) = \frac{x+2}{x+1}$  \_\_\_\_\_

• Si  $f(x) = 2x^2+5x+3$  entonces, con  $h \neq 0$ ,  $[f(x+h)-f(x)]/h = 4x+2h+5$  \_\_\_\_\_

•  $\frac{\frac{a}{a-1} - \frac{a+1}{a}}{1 - \frac{a}{a-1}} = \frac{1}{a}$  \_\_\_\_\_

•  $\frac{\frac{x^2+xy+y^2}{x^2-y^2}}{\frac{y}{x}} = \frac{xy}{x-y}$  \_\_\_\_\_

2. Las soluciones de la ecuación  $3x^2 + bx - 5 = 0$ , donde b es un número real,

- Son reales y diferentes. \_\_\_\_\_
- Son reales e iguales. \_\_\_\_\_
- Son complejas y conjugadas. \_\_\_\_\_
- No es posible saber cómo son \_\_\_\_\_

3. Se sabe que 5 y 7 son ceros de un polinomio con coeficientes enteros, que tiene **coeficiente principal a** y **término independiente d**. Entonces los valores de a y d podrían ser:

- a=5, d=7 \_\_\_\_\_
- a=1, d=70 \_\_\_\_\_
- a=5, d=49 \_\_\_\_\_
- a=35, d=25 \_\_\_\_\_

4. Considere el siguiente par de ecuaciones:

E1.  $3x + 5y - 17 = 0$

E2.  $y = 3x + 25$

Estas ecuaciones representan:

- Dos rectas que **se cortan perpendicularmente** \_\_\_\_\_
- Dos rectas **paralelas**, \_\_\_\_\_
- **Una misma recta**, \_\_\_\_\_
- Dos rectas que **se cortan pero no perpendicularmente** \_\_\_\_\_

5. Se tienen la parábola de ecuación  $y - 5 = 4(x - 2)^2$  y la recta de ecuación  $y = 5$ . Entonces:

- La recta es tangente a la parábola en el punto  $P(2, 5)$ . \_\_\_\_\_
- La recta y la parábola no tienen ningún punto común \_\_\_\_\_
- La recta y la parábola se cortan en dos puntos del primer cuadrante. \_\_\_\_\_
- La recta y la parábola se cortan en un punto del primer cuadrante y otro del segundo \_\_\_\_\_

6. Dada la circunferencia de ecuación  $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 4 = 0$  y dado el punto  $P(3, -2)$ , se tiene:

- El punto es distinto del centro e interior a la circunferencia \_\_\_\_\_
- El punto es justamente el centro de la circunferencia \_\_\_\_\_
- El punto está sobre la circunferencia \_\_\_\_\_
- El punto es exterior a la circunferencia \_\_\_\_\_

7. La función  $f(x) = 2|x| + x^2 + 5$

- Es inyectiva y es par \_\_\_\_\_
- No es inyectiva y su gráfica es simétrica respecto al eje  $y$  \_\_\_\_\_
- Ni es inyectiva, ni es par \_\_\_\_\_
- No es inyectiva y su gráfica es simétrica respecto al eje  $x$  \_\_\_\_\_

PUNTO 2 (21 puntos; 7 c/u).

Encuentre los valores de  $x$ , en cada caso:

2.1  $\frac{10 - x^2}{-5} \leq 3$

2.2  $16^{x^2} = 2^{9x-2}$

2.3  $\log_5(\log(\ln x)) = 0$

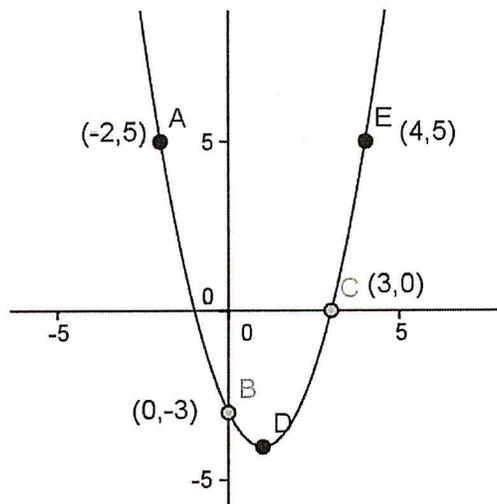
PUNTO 3 (20 puntos). Dada la función  $f(x) = \frac{2x + 1}{5 - x}$ ,

3.1 (5 puntos) Pruebe que la función  $f$  es inyectiva.

3.2 (5 puntos) Deduzca una expresión para  $f^{-1}(x)$ , la función inversa de  $f$ .

3.3 (10 puntos) Compruebe que  $(f \circ f^{-1})(x) = x$  y que  $(f^{-1} \circ f)(x) = x$ . ¿Cuál es el dominio de  $f \circ f^{-1}$ ?  
¿Cuál es el dominio de  $f^{-1} \circ f$ ?

PUNTO 4 (10 puntos). La gráfica adjunta es una parábola de ecuación  $y = ax^2 + bx + c$ . Determine la ecuación.



PUNTO DE BONIFICACIÓN (10 puntos). (Esta es una oportunidad real de obtener unos puntos extra. Son dos ejercicios muy trabajables. NO los deseche sin pensarlos)

1. Una floristería que ofrece servicio a domicilio fuera de la ciudad cobra \$10.000= por un despacho a Jamundí que está a 25 km. de Cali. ¿Cuánto cobrará por un despacho a una población situada a D kilómetros, si el cobro es proporcional a la distancia?
2. Un carnicero vende carne molida de res de cierta calidad a \$7900= la libra, y de otra calidad a \$8400= la libra. ¿Qué porcentaje de cada calidad debe mezclar para vender a \$8200= la libra?