



EXAMEN FINAL DE ALGEBRA Y FUNCIONES

MAYO 26 DE 2011

Nombre: \_\_\_\_\_ Código: \_\_\_\_\_

Profesor: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

**Instrucciones.**

- Lea cuidadosamente y entienda cada punto del examen. Después respóndalo pero muestre en la hoja de respuestas el proceso seguido, indicando claramente de qué punto se trata. Sólo se responden preguntas de aclaración a algún enunciado hasta 15 minutos después de iniciado el examen. Pasado este tiempo no se responde ninguna pregunta.
- Apague y guarde su celular, blackberry y cualquiera otro aparato electrónico y guárdelo en su bolso. Éste debe permanecer cerrado debajo de su silla durante todo el examen. De una vez tenga lápiz, saca-puntas y borrador sobre el escritorio.

1. [35 puntos.] Marque la respuesta correcta.

a) De las siguientes afirmaciones,

I  $\sqrt{3}$  es un número racional.

III  $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$ .

II Cada número natural tiene un inverso aditivo.

IV  $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$ .

son falsas solamente:

1) I y III

2) I y II

3) I y IV

4) III y IV

b) El 10% de 360 excede al 5% de 360 en:

1) 5

2) 36

3) 1800

4) 18

c) La ecuación de la circunferencia con centro en  $(4, -3)$  y tangente al eje  $x$  es:

1)  $(x + 4)^2 + (y - 3)^2 = 9$

3)  $(x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 9$

2)  $(x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 3$

4)  $(x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 16$

d) Al simplificar la expresión algebraica  $\frac{a^2+a+1}{a^3-1} + \frac{a+2}{a^2+a-2} + \frac{2(a+1)}{a^2-1}$  se obtiene:

- 1)  $\frac{2}{(a-2)(a+1)}$       2)  $\frac{4}{a-1}$       3)  $\frac{1}{(a^2-1)(a-1)}$       4)  $\frac{4}{a^2-1}$

e) El dominio de la función  $f(x) = \sqrt{-x+1} + \frac{1}{x+2}$  es:

- 1)  $(-\infty, 1] - \{-2\}$       3)  $(0, 1]$   
 2)  $(-\infty, -2) \cup (-2, 1)$       4)  $\mathbb{R}^+ - \{-2\}$

f) Si un rectángulo tiene 20 centímetros de perímetro y uno de sus lados mide  $x$  centímetros, la expresión algebraica que expresa el área del rectángulo en función de  $x$  es:

- 1)  $A(x) = 20x^2y$       3)  $A(x) = 20x - x^2$       5)  $A(x) = 10x + x^2$   
 2)  $A(x) = 20x^2$       4)  $A(x) = 10x - x^2$

g) El valor de la expresión  $\frac{2^{-2}}{1 + \frac{3^{-1}}{1 + 3^{-1}}}$  es:

- 1)  $1/5$       2)  $5/4$       3)  $3/5$       4)  $-8/5$

2. [15 puntos.] Cuando se escribe la ecuación  $9x^2 + 4y^2 + 24y - 18x + 9 = 0$  en la forma

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

las constantes  $h, k, a$  y  $b$  satisfacen una de las siguientes opciones. Determinela:

- (a)  $b - a = -1$  y  $h - k = -2$       (b)  $a^2 - b^2 = -5$  y  $h - k = 4$   
 (c)  $b^2 - a^2 = -5$  y  $h - k = 4$       (d)  $b^2 - a^2 = -5$  y  $h - k = -2$

3. [10 puntos] Determine los ceros o raíces del polinomio  $Q(x) = x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 6x$ .

4. [15 puntos] Dados los puntos  $A(4, -5)$ ,  $B(-2, 3)$ ,  $M(1, -1)$  y  $P(5, 2)$  del plano cartesiano:

- a) Encuentre la ecuación de la recta perpendicular al segmento  $\overline{AB}$  y que pasa por el punto  $M$ .  
 b) Decida si el punto  $P$  está o no sobre la recta encontrada en el punto anterior.  
 c) Demuestre que el triángulo formado por los puntos  $A, P$  y  $B$ , es un triángulo isósceles (triángulo que tiene dos lados de igual longitud).  
 Recuerde: Si  $Q(x_1, y_1)$  y  $R(x_2, y_2)$  entonces  $d(Q, R) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ .

5. [15 puntos.] Determine los valores de  $x$  que satisfacen cada ecuación:

(a)  $4^x(1/2)^{3-2x} = 8(2^x)^2$     (b)  $2 \ln(x+3) - \ln(x+1) = 3 \ln 2$     (c)  $(2 \cos x + 3)(2 \sin x + 1) = 0$

6. [10 puntos.] Resuelva el siguiente problema:

- Un terreno triangular tiene lados de  $4km$ ,  $6km$  y  $8km$  de longitud. Calcular el coseno del ángulo opuesto al lado de menor longitud.