

UNIVERSIDAD ICESI  
DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS Y ESTADISTICA

Cálculo Diferencial

Supletorio Primer examen parcial, octubre 29 de 2011

**INSTRUCCIONES:**

- Esta es una prueba de desarrollo, por tanto, usted debe presentar todos los pasos que le permitieron obtener la respuesta. Indique claramente lo que se le pregunta o se le pide obtener.
- Trabaje solo(a). Sea claro(a) y ordenado(a) en el planteamiento de sus respuestas y desarrollos.
- NO SE RESPONDEN PREGUNTAS DURANTE LA REALIZACION DE LA PRUEBA.

NOMBRE \_\_\_\_\_ CODIGO \_\_\_\_\_

1. (Valor 3 puntos) Efectúe las siguientes operaciones algebraicas
  - (a) Simplifique correctamente  $\frac{4x^2 - 20x + 24}{6 + 10x - 4x^2}$
  - (b) Racionalice correctamente el denominador de la expresión  $\frac{x-3}{\sqrt{x+2} - \sqrt{5}}$
  - (c) Sume y simplifique correctamente la expresión  $\frac{2x+1}{x+2} + \frac{x-1}{3x-2}$
2. (Valor 7 pts). Un fabricante de camisetas advierte que el costo por semanas de producir  $x$  unidades de camisetas está dada por  $C(x) = 20000 + 40x$  (pesos) y el ingreso obtenido por la venta está dado por  $R(x) = 100x - 0,01x^2$ . La compañía actualmente produce 4100 camisetas por semana; pero está considerando la producción de 4200 camisetas por semana. Calcule los incrementos resultantes en el costo, el ingreso y la utilidad. Determine la tasa de cambio promedio de la utilidad por las unidades extras producidas. Explique los resultados obtenidos.
3. (Valor 5 pts). Use la definición de derivada para determinar la derivada de

$$f(x) = 2x^2 + 3x + 1.$$

Evalúe  $f'(2)$

4. (Valor 5 pts). Determine la ecuación de la línea tangente a la gráfica de

$$f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2},$$

en el punto  $(-1, 2)$

5. (Valor 5 pts). Determine  $\frac{dy}{dx}$  si

$$y = \frac{(x+1)(x^3 - 2)}{x-1}$$

## SUPLETORIO SEGUNDO PARCIAL CÁLCULO VARIAS VARIABLES

Octubre 29 de 2011

Nombre: \_\_\_\_\_ Código: \_\_\_\_\_

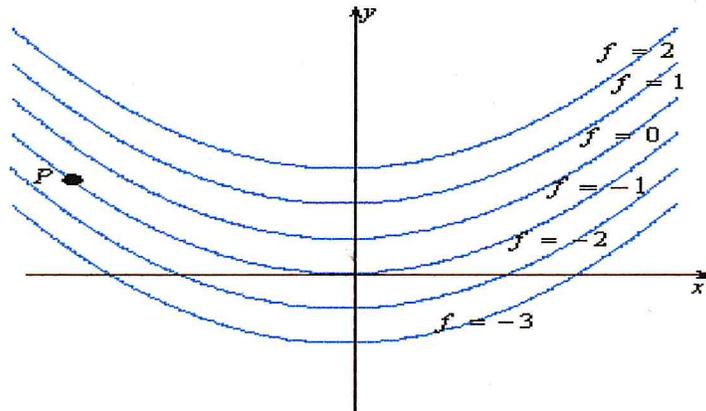
**Instrucciones:** Apague todo tipo de instrumento tecnológico no autorizado. No se responden preguntas que tengan que ver con el desarrollo del examen.

- Sea  $\gamma''(t) = (-3 \cos t, -4 \sin t)$   $t \in [0, 2\pi]$ 
  - (8%) Si  $\gamma'(0) = (0, 4)$  y  $\gamma(0) = (3, 0)$ , determinar  $\gamma(t)$ .
  - (6%) Identifique y dibuje la curva representada por  $\gamma$ .
- Sea  $f(x, y) = (x^3 + y^3)^{1/3}$ 
  - (12%) Hallar  $f_x(0, 0)$  y  $f_y(0, 0)$ .
  - (10%) Calcule la derivada direccional de  $f$  en  $(0, 0)$  en la dirección de  $\vec{u} = \hat{i} - \hat{j}$ .
- (12%) Dada la ecuación  $xe^y + ye^z + 2 \ln x = 2 + 3 \ln 2$  que define a  $z$  como una función implícita de  $x$  e  $y$ . Determinar  $Z_x$  y  $Z_y$ .
  - (16%) Mostrar que si  $H = f(x, y, z)$ , con  $x = u - v$ ,  $y = v - w$  y  $z = w - u$  entonces  $\frac{\partial H}{\partial u} + \frac{\partial H}{\partial v} + \frac{\partial H}{\partial w} = 0$ .
- Complete la proposición para que sea verdadera. Justifique claramente su respuesta.
  - (8%) Si  $f(x, y) = \frac{2y}{2x^2 + y^2 - 1}$ , la curva de nivel en  $c = 1$  es una \_\_\_\_\_ con centro en \_\_\_\_\_ y ecuación \_\_\_\_\_.
  - (8%) Si  $f(x, y) = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$ , entonces  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} =$  \_\_\_\_\_.
  - (8%) Si  $f$  es diferenciable en  $(a, b)$  y  $D_{\vec{u}}f(a, b) = k$ , entonces  $-D_{-\vec{u}}f(a, b) =$  \_\_\_\_\_.

Responda *falso* o *verdadero*. En caso verdadero realice una demostración que argumente su afirmación, si es falso de un contraejemplo.

iv) (8%) Si  $f(x, y) = x^2 - 4x + y^2$  es posible que exista una dirección  $\vec{u}$  tal que  $D_{\vec{u}}f(\frac{3}{2}, 1) = 5$ .

- (8%) Algunas curvas de nivel de una función  $z = f(x, y)$  se muestran en la siguiente figura:



- Dibuje la dirección de máximo crecimiento de  $f$  en el punto  $P$ .
- Ubique otro punto  $Q$  y dibuje desde dicho punto la dirección de decrecimiento más rápido de la función.