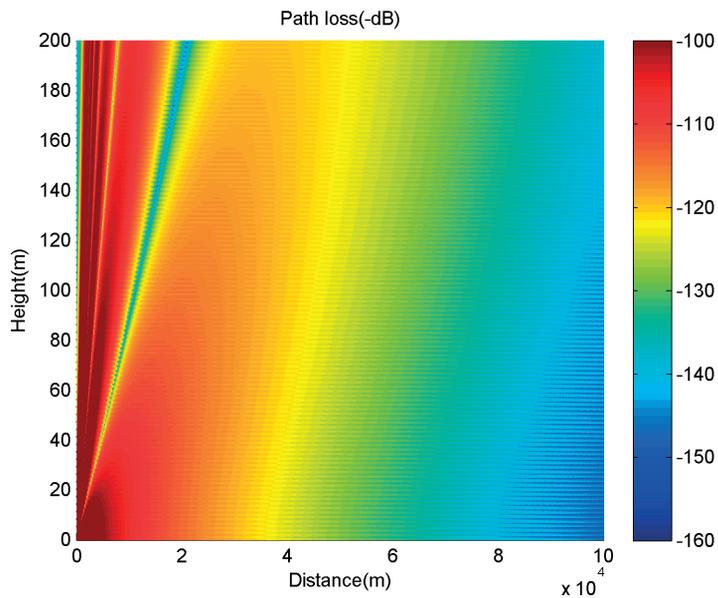


MÉTODOS DETERMINISTAS

Del problema canónico al modelado de propagación



Hernán G. Triana
Andrés Navarro Cadavid

MÉTODOS DETERMINISTAS

DEL PROBLEMA CANÓNICO AL MODELADO DE PROPAGACIÓN

MÉTODOS DETERMINISTAS

DEL PROBLEMA CANÓNICO AL MODELADO DE PROPAGACIÓN

Hernán G. Triana
Andrés Navarro Cadavid

Editorial Universidad Icesi, 2020

Métodos deterministas: del problema canónico al modelado de propagación

© Hernán G. Triana y Andrés Navarro.

1 ed. Cali, Colombia. Universidad Icesi, 2020

142 p., 19x24 cm

Incluye referencias bibliográficas

ISBN: 978-958-5590-44-1 (PDF)

<https://doi.org/10.18046/EUI/ee.9.2020>

1. Radio communication 2. Radio propagation 3. Radio spectrum (IEEE) I.Tit
621.38 – dc22

© Universidad Icesi, 2020

Facultad de Ingeniería

Rector: Francisco Piedrahita Plata

Decano Facultad de Ingeniería: Gonzalo Ulloa Villegas

Coordinador editorial: Adolfo A. Abadía



Producción y diseño: Claros Editores SAS.

Editor: José Ignacio Claros V.

Portada: Simulación numérica para la ecuación parabólica del modelo de propagación para ondas electromagnéticas de 600 MHz (imagen obtenida por Hernán G. Triana usando Matlab).

La publicación de este libro se aprobó luego de superar un proceso de evaluación doble ciego por dos pares expertos. El contenido de esta obra no compromete el pensamiento institucional de la Universidad Icesi ni le genera responsabilidades legales, civiles, penales o de cualquier otra índole, frente a terceros.



Calle 18 #122-135 (Pance), Cali-Colombia

editorial@icesi.edu.co

www.icesi.edu.co/editorial

Teléfono: +57(2)555-2334

Este libro recoge los resultados del trabajo de investigación de tres años comprendidos entre 2016 y 2019. Hemos querido presentar nuestro trabajo de manera compacta en este texto, con el propósito de brindar una herramienta de formación para estudiantes de postgrado y una referencia para investigadores en el campo de la propagación de ondas radio. Confiamos en que hemos aportado nuestro granito de arena para el desarrollo de este bonito y difícil campo de investigación.

Hernán G. Triana

Físico de la Universidad del Valle (Cali, Colombia) con Maestría en Informática y Telecomunicaciones de la Universidad Icesi (Cali). Es docente del Departamento de Ciencias Físicas y Tecnologías de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Icesi en las áreas de electromagnetismo y mecánica, y miembro del grupo de Investigación en Informática y Telecomunicaciones (i2T). Sus áreas de interés profesional son: la propagación de ondas de radio, con énfasis en la teoría de la difracción; el electromagnetismo computacional y los métodos matemáticos de la física. ferromagneto@gmail.com

Andrés Navarro Cadavid

Doctor Ingeniero en Telecomunicaciones de la Universidad Politécnica de Valencia (España) y Máster en Gestión Tecnológica e Ingeniero Electrónico de la Universidad Pontificia Bolivariana (Medellín, Colombia). Es profesor de tiempo completo y Director del Grupo de Investigación en Informática y Telecomunicaciones (i2t) de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Icesi (Cali, Colombia); investigador senior (Colciencias); miembro senior del IEEE; presidente del capítulo Comunicaciones del IEEE Colombia; consultor internacional; y miembro de Grupo de Estudio 1 de la Unión Internacional de Telecomunicaciones. anavarro@icesi.edu.co

Tabla de contenido

Presentación	15
Capítulo 1. Introducción	21
Capítulo 2. El problema canónico de difracción por cuña	33
Capítulo 3. Escenario canónico y métodos asintóticos	51
Capítulo 4. Escenario canónico y coeficientes heurísticos	71
Capítulo 5. Modelo de propagación de rayos	85
Capítulo 6. Propagación en escenarios exteriores	99
Capítulo 7. Propagación troposférica	115
Capítulo 8. Conclusiones	129
Referencias	133

Índice de Figuras

2.1.	Difracción en un contorno de borde de cuña	23
2.2.	Geometría del problema canónico bidimensional de difracción por una cuña	35
2.3.	Representación esquemática del problema canónico bidimensional de difracción por una cuña	36
2.4.	El contorno de Sommerfeld para la solución integral del problema canónico bidimensional de difracción por una cuña	47
3.1.	Rayo incidente y rayos difractados en el problema canónico bidimensional de difracción en una cuña de borde recto (incidencia normal)	56
3.2.	Dominio angular para el problema 2D de difracción de ondas planas por una cuña de ángulo exterior 350 grados	64
3.3.	Distribución polar de la intensidad del campo difractado, normalizada en función del ángulo de observación, para las predicciones de la solución exacta y del método de la ecuación parabólica (ángulo de incidencia 30°)	65
3.4.	Distribución polar de la intensidad ... (ángulo de incidencia 45°)	66
3.5.	Distribución polar de la intensidad ... (ángulo de incidencia 60°)	66
3.6.	Distribución polar de la intensidad ... (ángulo de incidencia 75°)	67
3.7.	Distribución polar de la intensidad ... (ángulo de incidencia 30°) – La frecuencia se incrementó en un orden de magnitud	67
3.8.	Distribución polar de la intensidad ... (ángulo de incidencia 60°) – La frecuencia se incrementó en un orden de magnitud	68
3.9.	Distribución polar de la intensidad ... (ángulo de incidencia 150°) – La frecuencia se incrementó en un orden de magnitud	68
3.10	Distribución polar de la intensidad ... (ángulo de incidencia 120°) – La frecuencia es la misma que en la simulación de la Figura 2.8	69
4.1.	Rayo incidente y rayos difractados en el problema canónico bidimensional de difracción en una cuña de borde recto: incidencia normal	74
4.2.	Definiciones angulares utilizadas en los coeficientes de Guevara	77
4.3.	Atenuación del campo difractado para polarización TM alrededor de la cuña: incidencia de cara cero $\phi_i = \pi/6$	79
4.4.	Atenuación del campo difractado para polarización TE alrededor de la cuña: incidencia de cara cero $\phi_i = \pi/6$	79
4.5.	Atenuación del campo difractado para polarización TM alrededor de la cuña: incidencia de cara cero $\phi_i = 3\pi/4$	80

4.6.	Atenuación del campo difractado para polarización TE alrededor de la cuña: incidencia de cara cero $\phi_i=3\pi/4$	81
4.7.	Atenuación del campo difractado para polarización TM alrededor de la cuña: incidencia de cara n $\phi_i=4\pi/3$	82
4.8.	Atenuación del campo difractado para polarización TE alrededor de la cuña: incidencia de cara n $\phi_i=4\pi/3$	82
5.1.	Incidencia del campo en una superficie lisa	89
5.2.	Geometría y coordenadas para aplicar difracción en bordes	92
5.3.	Planos de incidencia y difracción en la difracción sobre un borde	95
6.1.	Centro de la ciudad de Ottawa	102
6.2.	Modelo urbano 2D de Ottawa	102
6.3.	Centro de la ciudad de Cali	103
6.4.	Modelo urbano 3D de la ciudad de Cali usando un motor de juegos	103
6.5.	Universitat Politècnica de València	104
6.6.	Localización de los puntos de recepción con LOS y NLOS	105
6.7.	Comparación de pérdidas de camino entre los modelos basados en coeficientes UTD heurísticos y los datos medidos para Bank Street	109
6.8.	Comparación de pérdidas de camino entre los modelos basados en coeficientes UTD heurísticos y los datos medidos para Laurier Street	110
6.9.	Comparación de pérdidas de camino entre los modelos basados en coeficientes UTD heurísticos y los datos medidos para Slater Street	110
6.10.	Comparación de pérdidas de camino entre los modelos basados en coeficientes UTD heurísticos y los datos medidos para Queen Street	111
6.11.	Comparación de datos de potencia modelados mediante coeficientes UTD heurísticos y medidas para la ciudad de Cali	112
6.12.	Comparación entre trazado de rayos usando coeficientes UTD heurísticos y datos medidos para la ciudad de Valencia	113
7.1.	Propagación paraxial en la troposfera	118
7.2.	Condiciones iniciales para el modelo basado en trazado de rayos	124
7.3.	Modelado de propagación para 590 MHz obtenido por ecuación parabólica	125
7.4.	Modelado de propagación para 600 MHz obtenido por ecuación parabólica	126
7.5.	Modelado de propagación para 600 MHz obtenido por trazado de rayos	126
7.6.	Modelado de propagación para 600 MHz en un rango amplio, obtenido por ecuación parabólica	127
7.7.	Modelado de propagación para 600 MHz en un rango amplio, obtenido por trazado de rayos	127

Índice de Tablas

4.1.	Estadística para la incidencia en cara cero	80
4.2.	Estadística para la incidencia en ambas caras	81
4.3.	Estadística para la incidencia en cara n	83
6.1.	Requerimientos de software y hardware	107
6.2.	Estadística de las pérdidas de camino para la ciudad de Ottawa	109
6.3.	Estadística de las pérdidas de camino para la ciudad de Cali	111
6.4.	Estadística de las pérdidas de camino para la ciudad de Valencia	112

PRESENTACIÓN

Los problemas relacionados con radiación y propagación de ondas electromagnéticas implican la solución de las ecuaciones de Maxwell en el medio de propagación. En el caso de la difracción por bordes, además de las ecuaciones de Maxwell, se requieren las condiciones de frontera asociadas a las superficies de los bordes considerados. En este libro se analiza inicialmente tal problema canónico mediante la solución de Sommerfeld de la ecuación de onda sometida a las condiciones de frontera de una cuña conductora perfecta, esto es, condiciones de frontera de Dirichlet y de Newman.

La presentación integral de la solución que se considera en este libro no es la misma que utilizó Sommerfeld en su trabajo, sin embargo, es conveniente para esta discusión, ya que permite introducir el enfoque de Malyuzhinets que conduce a la solución exacta para condiciones de frontera generales, y además, sirve como referencia para el esquema general utilizado en el desarrollo de soluciones asintóticas. Así, una vez analizada la solución de Sommerfeld, se estudia el problema general de cuña conductora imperfecta, es decir, el problema canónico con condiciones de frontera de impedancia en las caras, problema que fue ciertamente resuelto por Malyuzhinets, incluyendo una nueva función especial denominada función de Malyuzhinets.

En cuanto a las soluciones asintóticas, es bien sabido que cuando las dimensiones de los objetos radiantes o dispersores son de orden mucho mayor que la longitud de onda de la excitación del campo de radiación, pueden usarse métodos asintóticos de alta frecuencia para analizar los problemas que de otra manera serían matemáticamente intratables. Este libro continúa en el marco de estas técnicas de alta frecuencia, específicamente las basadas en el método del rayo óptico y el método de la ecuación parabólica. Estos enfoques consisten en modelos aproximados para determinar propagación, amplitud, fase y polarización de los campos electromagnéticos asociados a la radiación de interés (longitud de onda mucho menor que las dimensiones de los objetos del entorno considerado). Sommerfeld introdujo también expresiones asintóticas para su solución, las cuales son bien conocidas y se pueden obtener por el método de fase estacionaria, ellas son presentadas en la parte inicial de este libro.

Propiamente en el marco de las técnicas del rayo óptico, aunque la óptica geométrica brinda un buen modelo para la propagación de rayos incidente y reflejado, no considera los rayos difractados. En el caso del problema

Presentación

canónico de difracción por una cuña, para incluir los rayos difractados, Keller propuso una generalización del principio de Fermat que le permitió construir una solución general conocida como teoría geométrica de la difracción. La solución de Keller puede aún ser extendida a una expresión mucho más general, que corrige incluso algunas deficiencias del modelo de Keller, este desarrollo se conoce como teoría uniforme de la difracción y fue obtenido por Kouyoumjian y Pathak. Al comparar los resultados de Kouyoumjian y Pathak con la solución exacta de Sommerfeld para el problema canónico considerado, cuando la solución es expandida asintóticamente, los resultados coinciden siempre que se puedan definir unos coeficientes diádicos de difracción. Estos resultados se presentan también en este libro.

Por otro lado, el estudio de las propiedades de los campos en ondas de alta frecuencia está conectado con la investigación de soluciones asintóticas para problemas relacionados de valor en la frontera. Estas investigaciones llevaron al método de la ecuación parabólica, un método fundamentalmente diferente, más efectivo y más directo que el método de la teoría uniforme de la difracción, desarrollado por Leontovich, quien, utilizando este tipo de aproximación, redujo el problema de valor en la frontera para la ecuación de Helmholtz, a uno de forma parabólica, mostrando que las soluciones asintóticas necesarias se pueden obtener de manera simple y rápida. Este método también fue usado exitosamente por Malyuzhinets para construir la poderosa teoría de la difracción que se mencionó más arriba. En este libro se utiliza el método de la ecuación parabólica para presentar soluciones asintóticas al problema canónico de difracción en cuña conductora perfecta, lo que se hace con el propósito de comparar dichas soluciones con la solución exacta, para evaluar la precisión y reciprocidad del método de la ecuación parabólica.

Los escenarios canónicos son útiles para analizar soluciones en forma cerrada, así como implementaciones numéricas en referencia a escenarios bien conocidos y controlados que incluyen sólo los efectos de difracción. Con el creciente interés en cómo las propiedades de los materiales de una cuña influyen sobre los procesos de dispersión y difracción cuando las cuñas no son conductoras perfectas, se requieren maneras simples de calcular la función de Malyuzhinets. Muchos trabajos se han desarrollado en esa línea; algo que se ha hecho de forma paralela y ha resultado bastante provechoso es la implementación de coeficientes heurísticos de la teoría uniforme de

difracción. Estos coeficientes heurísticos implican modificaciones que llevan a simplificaciones computacionales de los complejos coeficientes de la teoría uniforme. En este libro se analizan tres tipos de coeficientes heurísticos para un escenario canónico de difracción en cuña conductora imperfecta y los resultados obtenidos con estos coeficientes se comparan con los resultados de la solución exacta de Malyuzhinets, con el propósito de evaluar la precisión y reciprocidad de dichos coeficientes heurísticos.

Los escenarios reales son útiles para analizar el comportamiento computacional de las implementaciones numéricas, así como la precisión de tales implementaciones en escenarios complejos no controlados, incluyendo no sólo difracción, sino también reflexiones y combinaciones de tales fenómenos. Teniendo en cuenta el estado actual de la tecnología inalámbrica, particularmente en ambientes urbanos, se requieren entonces métodos para estimar, con alta precisión, la propagación multitrayecto en canales radio de banda ancha, y minimizar el error de las mediciones en sitio. Los métodos físicos y numéricos de trazado de rayos y coeficientes de la teoría uniforme de la difracción son precisos y eficientes en la simulación de las pérdidas de trayectoria en entornos complejos, estos métodos se han visto fortalecidos con la implementación de los coeficientes heurísticos. Los estudios comparativos de predicciones y mediciones en escenarios reales con los coeficientes heurísticos de Luebbers y Schettino presentan buenos resultados, pero tienen dificultades debido a la inexactitud en las regiones de sombra, la complejidad en la implementación y la dificultad para ser aplicados en grandes escenarios urbanos. Apostándole a la aplicabilidad, eficiencia y rendimiento, en este libro se presenta e implementa un enfoque novedoso denominado coeficientes de Guevara, el cual se basa en la formulación de Luebbers con la adición de un método físico para modelar las condiciones de cuña y asegurar la reciprocidad, sin dependencia de las posiciones de la fuente y el observador. Este enfoque se compara con los enfoques de Luebbers y Schettino en escenarios reales con el propósito de evaluar la precisión y reciprocidad.

Finalmente, el problema general de la propagación de ondas radio sobre la superficie de la tierra es de crucial importancia para el diseño y modelado de sistemas de comunicación fiables. En las investigaciones llevadas a cabo hasta ahora, se han desarrollado enfoques analíticos, enfoques numéricos y enfoques y técnicas híbridas. Dentro de los Enfoques analíticos tenemos las técnicas de alta frecuencia, es decir, la óptica geométrica y sus extensiones,

Presentación

la teoría geométrica de difracción y la teoría uniforme de la difracción. Los enfoques numéricos se basan en la discretización de las ecuaciones de Maxwell (forma integral o forma diferencial) y los enfoques híbridos, son técnicas que combinan enfoques analíticos y numéricos para aumentar el rango de aplicabilidad de los enfoques numéricos y aumentar la precisión de los enfoques analíticos. Dentro de los métodos numéricos, hay uno en particular, el método de la ecuación parabólica, en el cual se obtiene una aproximación de la ecuación de onda que modela la propagación de campos a través de un cono con eje a lo largo de una dirección preferida, la dirección paraxial. En este libro se modela la propagación troposférica mediante el método de la ecuación parabólica y se comparan los resultados de las implementaciones numéricas de este modelo con un modelo basado en trazado de rayos, esto con el propósito de explorar posibilidades de modelos híbridos basados en estos dos enfoques.

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

1.1. Operadores básicos

En la FIGURA 1.1 se presentan tres sistemas de coordenadas utilizados en los problemas de radiación y propagación de campos electromagnéticos, en cada uno de ellos se expresan los operadores diferenciales necesarios para modelar los problemas de propagación que se discuten a lo largo de este libro. Los campos vectoriales se destacan con negrilla.

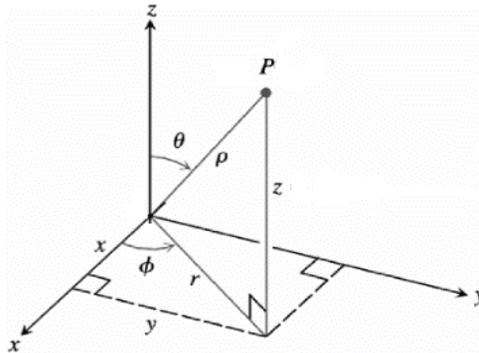


Figura 1.1. Representación de un punto del espacio en coordenadas rectangulares $P(x,y,z)$, cilíndricas $P(r, \phi, z)$ y esféricas (ρ, θ, ϕ)

El gradiente de un campo escalar V es la razón de cambio espacial de dicho campo escalar: en coordenadas rectangulares,

$$\nabla V = \frac{\partial V}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \hat{k} \quad (1.1)$$

en coordenadas cilíndricas,

$$\nabla V = \frac{\partial V}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \phi} \hat{\phi} + \frac{\partial V}{\partial z} \hat{k} \quad (1.2)$$

y en coordenadas esféricas,

$$\nabla V = \frac{\partial V}{\partial \rho} \hat{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial V}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{\rho \operatorname{sen} \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi} \hat{\phi} \quad (1.3)$$

La divergencia de un campo vectorial \mathbf{A} es el flujo neto de dicho campo por unidad de volumen: en coordenadas rectangulares,

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (1.4)$$

en coordenadas cilíndricas,

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial A_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (1.5)$$

y en coordenadas esféricas,

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial(\rho^2 A_\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho \operatorname{sen} \theta} \frac{\partial(\operatorname{sen} \theta A_\theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{\rho \operatorname{sen} \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} \quad (1.6)$$

El rotacional de un campo vectorial \mathbf{A} es el grado de rotación de dicho campo alrededor de un punto: en coordenadas rectangulares,

$$\nabla \times \mathbf{A} = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \hat{i} + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \hat{j} + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \hat{k} \quad (1.7)$$

en coordenadas cilíndricas,

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{A} = & \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \hat{\phi} \\ & + \left(\frac{1}{r} \left[\frac{\partial(rA_\phi)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \phi} \right] \right) \hat{k} \end{aligned} \quad (1.8)$$

y en coordenadas esféricas,

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{A} = & \left(\frac{1}{\rho \text{sen}\theta} \left[\frac{\partial(\text{sen}\theta A_\theta)}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi} \right] \right) \hat{r} + \left(\frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial(\rho A_\theta)}{\partial \rho} - \frac{\partial A_\rho}{\partial \theta} \right] \right) \hat{\phi} \\ & + \left(\frac{1}{\rho \text{sen}\theta} \frac{\partial A_\rho}{\partial \phi} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho A_\phi)}{\partial \rho} \right) \hat{\theta} \end{aligned} \quad (1.9)$$

El laplaciano es la divergencia del gradiente de un campo escalar: en coordenadas rectangulares,

$$\nabla^2 V = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) V \quad (1.10)$$

en coordenadas cilíndricas,

$$\nabla^2 V = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial}{\partial r} \right] + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) V \quad (1.11)$$

y en coordenadas esféricas,

$$\nabla^2 V = \left(\frac{1}{\rho^2} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\rho^2 \frac{\partial}{\partial \rho} \right] + \frac{1}{\rho^2 \text{sen}\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\text{sen}\theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right] + \frac{1}{\rho^2 \text{sen}^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right) V \quad (1.12)$$

1.2. Función delta de Dirac

La función delta de Dirac es un operador que transforma una función continua $f(x)$ en un valor $f(x_0)$ en un punto x_0 , vía

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\delta(x - x_0)dx = f(x_0) \quad (1.13)$$

por consiguiente, se expresa

$$\delta(x - x_0) = \begin{cases} 0 & x \neq x_0 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x - x_0)dx = 1 & x = x_0 \end{cases} \quad (1.14)$$

En los problemas relacionados con ondas electromagnéticas, las fuentes de excitación de los campos se representan en términos de funciones delta de Dirac; en problemas bidimensionales, como los que se analizan en este libro –por ejemplo, una fuente lineal a lo largo del eje z –, se expresan en coordenadas cilíndricas con una función delta de Dirac del tipo

$$\delta(\rho - \rho_0) = \frac{1}{r}(r - r_0)(\phi - \phi_0) \quad (1.15)$$

1.3. Ecuación de Helmholtz

En muchos casos, la ecuación vectorial de onda se reduce a un número de ecuaciones escalares de Helmholtz, y la solución general puede construirse mediante las soluciones que se obtienen para cada ecuación escalar. En un medio libre de fuentes y sin pérdidas se tiene la ecuación vectorial de onda (1.19)

$$(\nabla^2 + k^2)\vec{\psi} = 0 \quad (1.16)$$

donde $\vec{\psi}$ representa las intensidades complejas de los campos \vec{E} (o \vec{H}).

En coordenadas cilíndricas, una solución general de la ecuación de onda (1.16) se puede escribir

$$\vec{\psi}(r, \phi, z) = \psi_r(r, \phi, z)\hat{r} + \psi_\phi(r, \phi, z)\hat{\phi} + \psi_z(r, \phi, z)\hat{z} \quad (1.17)$$

Al llevar la expresión (1.17) a la ecuación (1.16) se obtienen las tres ecuaciones escalares,

$$\nabla^2\psi_r + \left(-\frac{\psi_r}{r^2} - \frac{2}{r^2}\frac{\partial\psi_\phi}{\partial\phi}\right) = -k^2\psi_r \quad (1.18)$$

$$\nabla^2\psi_\phi + \left(-\frac{\psi_\phi}{r^2} - \frac{2}{r^2}\frac{\partial\psi_r}{\partial\phi}\right) = -k^2\psi_\phi \quad (1.19)$$

$$\nabla^2\psi_z = -k^2\psi_z \quad (1.20)$$

En estas expresiones, de acuerdo con la ecuación (1.11),

$$\begin{aligned} \nabla^2\psi &= \left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\frac{\partial}{\partial r}\right] + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\psi \\ &= \frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\phi^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (1.21)$$

(1.18) y (1.19) son ecuaciones diferenciales de segundo orden acopladas, muy difíciles de resolver. (1.20) es una ecuación de segundo orden no acoplada y su solución es de gran valor en la construcción de soluciones para los problemas de valor en la frontera que se considera en este libro. En forma explícita la ecuación (1.20) queda,

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -k^2 \psi \quad (1.22)$$

donde $\psi(r, \phi, z)$ es una función escalar que puede representar una componente de campo o de potencial vector.

1.4. Funciones de Bessel y de Hankel

El análisis de problemas canónicos en coordenadas cilíndricas lleva a modelos que incluyen soluciones de la ecuación de Bessel

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - p^2)y = 0 \quad (1.23)$$

que tienen la forma

$$y(x) = A_1 J_p(x) + B_1 J_{-p}(x), \quad p \text{ no entero} \quad (1.24)$$

o bien,

$$y(x) = A_2 J_n(x) + B_2 Y_n(x), \quad p \text{ entero} \quad (1.25)$$

donde,

$$J_p(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \left(\frac{x}{2}\right)^{2m+p}}{m!(m+p)!} \quad (1.26)$$

es la función de Bessel de primera clase y de orden p ,

$$J_{-p}(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \left(\frac{x}{2}\right)^{2m-p}}{m!(m-p)!} \quad (1.27)$$

es la función de Bessel de segunda clase y de orden p ; y $m! = \Gamma(m+1)$ es la función gamma

Cuando $p = n$ y entero, usando (1.27) y la función gamma, se encuentra que

$$J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x) \quad (1.28)$$

y las funciones de Bessel ya no son independientes entre sí. En tal caso, se requiere una segunda solución dada por la ecuación (1.25), de donde se puede mostrar que

$$Y_n(x) = \lim_{p \rightarrow n} Y_p(x) = \lim_{p \rightarrow n} \frac{J_p(x) \cos(p\pi) - J_{-p}(x)}{\operatorname{sen}(p\pi)} \quad (1.29)$$

Si el argumento de la función de Bessel es negativo y $p = n$, utilizando la ecuación (1.26) se obtiene

$$J_n(-x) = (-1)^n J_n(x) \quad (1.30)$$

En las aplicaciones a modelos de propagación, se requieren las funciones de Bessel de argumento grande o pequeño. Se puede mostrar, mediante métodos asintóticos, que para $x \rightarrow 0$,

$$\begin{cases} J_0(x) \approx 1 \\ Y_0(x) \approx \frac{2}{\pi} \ln\left(\gamma \frac{x}{2}\right) \\ \gamma = 1.781 \end{cases} \quad (1.31)$$

Capítulo 1. Introducción

Si además, $p > 0$, se tiene

$$\begin{cases} J_p(x) \approx \frac{1}{p!} \left(\frac{x}{2}\right)^p \\ Y_p(x) \approx -\frac{(p-1)!}{\pi} \left(\frac{2}{x}\right)^p \end{cases} \quad (1.32)$$

En el caso $x \rightarrow \infty$

$$\begin{cases} J_p(x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos\left(x - \frac{\pi}{4} - p\frac{\pi}{2}\right) \\ Y_p(x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \operatorname{sen}\left(x - \frac{\pi}{4} - p\frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \quad (1.33)$$

Para modelar problemas de propagación es conveniente también considerar las funciones de Hankel, las cuales se definen por

$$H_p^{(1)}(x) = J_p(x) + iY_p(x) \quad (1.34)$$

que es la función de Hankel de primera clase y orden p , y

$$H_p^{(2)}(x) = J_p(x) - iY_p(x) \quad (1.35)$$

que es la función de Hankel de segunda clase y orden p . En el caso de argumentos grandes, $x \rightarrow \infty$,

$$H_p^{(1)}(x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi x}} e^{i\left[x - p\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right]} \quad (1.36)$$

$$H_p^{(2)}(x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi x}} e^{-i\left[x - p\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right]} \quad (1.37)$$

CAPÍTULO 2
EL PROBLEMA CANÓNICO DE
DIFRACCIÓN POR CUÑA

2.1. Introducción

En la difracción de ondas electromagnéticas por un borde (FIGURA 2.1), el campo difractado es proporcional al campo incidente en el punto de difracción multiplicado por un coeficiente de difracción que está determinado por las propiedades locales del campo y el contorno en el punto de difracción Q [1]. Calcular el campo difractado en un contorno de borde a partir de estas observaciones constituye un problema canónico que se aborda utilizando técnicas computacionales.

Las técnicas computacionales para tratar este tipo de problemas se dividen en dos grupos: por un lado, se tienen las técnicas de alta frecuencia (HF, *High Frequency*), que se basan en la expansión de la solución en términos de series asintóticas; y por otro, las técnicas numéricas, basadas en la discretización de las ecuaciones de Maxwell. Las técnicas numéricas son más precisas, pero su punto débil son el tiempo de CPU y el requerimiento de memoria, mientras que en las técnicas de HF, la precisión aumenta con la frecuencia y el tiempo de CPU es independiente de la frecuencia [2].

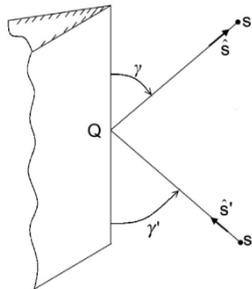


Figura 2.1. Difracción en un contorno de borde de cuña: los rayos modelan el campo incidente desde una fuente S' y el campo difractado en un punto de observación S . Se indican además los vectores de propagación del campo \hat{s} y \hat{s}' , y los ángulos de incidencia γ' , y de difracción γ , en el punto de difracción Q del borde.

Las soluciones computacionales para el problema canónico descrito se basan en las soluciones exactas del problema. En este capítulo se presentan los aspectos fundamentales de la solución de Sommerfeld del problema canónico bidimensional de difracción en una cuña conductora perfecta y a continuación se dirige la atención hacia los aspectos generales de la solución de Malyuzhinets para el problema canónico bidimensional de difracción en una cuña conductora imperfecta.

2.2. Formulación del problema

Se considera el problema canónico bidimensional de difracción por una cuña semiinfinita de borde recto, ángulo exterior α y superficies fronteras conductoras perfectas e imperfectas, en un medio homogéneo, lineal e isotrópico. Si se escoge un sistema de coordenadas cilíndricas tal que el borde recto de la cuña está a lo largo del eje z , entonces las caras planas de la cuña están ubicadas a lo largo de las direcciones $\varphi = 0$ y $\varphi = \alpha$. La fuente radio es un filamento ubicado en la dirección φ_0 , a una distancia r_0 del borde de la cuña y el punto de observación se considera ubicado en (r, φ) .

La geometría del problema se presenta en la FIGURA 2.2. Existen tres regiones de interés caracterizadas por las componentes del campo en cada región: en la región I existen los campos incidente, reflejado y difractado; en la región II existen los campos incidente y difractado; y en la región III solo el campo difractado.

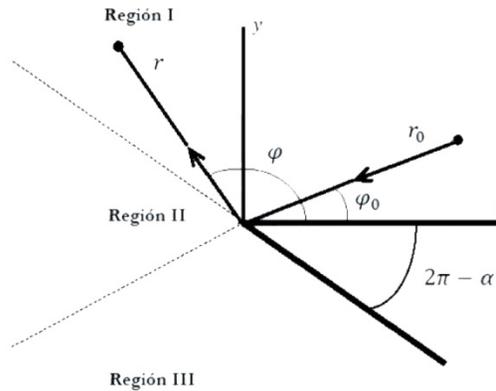


Figura 2.2. Geometría del problema canónico bidimensional de difracción por una cuña: la frontera entre las regiones I y II se denomina frontera de reflexión ($\varphi = \pi - \varphi_0$) y la frontera entre las regiones II y III se denomina frontera de sombra ($\varphi = \pi + \varphi_0$)

2.3. Solución de Sommerfeld

En 1896, el matemático alemán Arnold Sommerfeld introdujo la integral de contorno conocida como integral de Sommerfeld, para estudiar el problema de la difracción de ondas planas por un plano semiinfinito con condiciones de frontera de conductor perfecto (condiciones de frontera de Dirichlet y de Newman)[3]; unos años más tarde, Sommerfeld extendió su análisis a la

difracción de ondas planas por un borde de cuña con condiciones de frontera de conductor perfecto [4]. Sin embargo, la solución para el problema de la difracción en un dominio angular arbitrario con condiciones de frontera de conductor perfecto fue obtenida por el matemático escocés Hector M. Macdonald por medio de separación de variables y la transformada a la integral de Sommerfeld [5]. Un tratamiento detallado del trabajo de Sommerfeld y posteriores desarrollos se pueden leer en [6]; de igual manera, existe una extensa literatura sobre soluciones detalladas al problema de la difracción de ondas, correspondientes a superficies perfectamente conductoras [7]-15].

A continuación, se presenta el método para obtener la solución de Sommerfeld en forma de series infinitas. El interés aquí es llegar de manera directa a una solución exacta que pueda ser evaluada numéricamente y pueda ser utilizada para calibrar los métodos asintóticos que se discutirán en un capítulo posterior.

Al igual que todos los problemas relacionados con radiación y propagación de ondas electromagnéticas, el problema de difracción por cuña que se presentó en el apartado anterior implica la solución de las ecuaciones de Maxwell en el medio de propagación[16]; esto es,

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mathbf{M} - \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B} \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D} \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.4)$$

en donde: \mathbf{E} y \mathbf{H} son las intensidades de los campos eléctrico y magnético respectivamente; $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$ es la densidad de flujo eléctrico; $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ es la densidad de flujo magnético; \mathbf{M} es la fuente magnética de densidad de corriente; \mathbf{J} es la fuente eléctrica de densidad de corriente; ϵ es la

permitividad eléctrica del medio; y μ es la permeabilidad magnética del medio. Se considera un medio homogéneo, lineal, isotrópico, sin pérdidas y una dependencia temporal de los campos del tipo $e^{j\omega t}$ donde ω es la frecuencia angular del campo. Así, \mathbf{E} y \mathbf{H} se pueden expresar como:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)e^{j\omega t} \quad (2.5)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega)e^{j\omega t} \quad (2.6)$$

Además de las ecuaciones de Maxwell, se requieren las condiciones de frontera asociadas a las superficies de la cuña. Resulta conveniente modelar los problemas con condiciones de frontera mediante el uso de potenciales. En particular, dado que \mathbf{H} es un campo solenoidal ($\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$), se puede representar como el rotacional de alguna otra función vectorial \mathbf{A} , llamada potencial vectorial magnético

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \quad (2.7)$$

Al llevar (2.5) a (2.1), teniendo en cuenta (2.7) y considerando el caso de fuente magnética de densidad de corriente $\mathbf{M}(\mathbf{r}) = 0$, se obtiene

$$\nabla \times (\mathbf{E} + i\omega\mathbf{A}) = 0$$

ahí, el primer término dentro del paréntesis es el campo eléctrico, que es un campo gradiente; luego, el potencial escalar eléctrico se puede definir como

$$-\nabla\Phi = \mathbf{E} + j\omega\mathbf{A} \quad (2.8)$$

ya que el potencial Φ así definido satisface la condición inmediatamente anterior de rotacional nulo. Llevando las expresiones para los potenciales magnético y eléctrico a (2.2), se obtiene

$$-\mu \mathbf{J}(\mathbf{r}) = (\nabla^2 + \omega^2 \epsilon \mu) \mathbf{A} - \nabla(i\omega \epsilon \mu \Phi + \nabla \cdot \mathbf{A})$$

relación en la que debe indicarse la divergencia de \mathbf{A} . Una elección conveniente es la condición conocida como gauge de Lorentz [17]

$$-j\omega \epsilon \mu \Phi = \nabla \cdot \mathbf{A}$$

De acuerdo con esta condición, la expresión anterior se reduce a

$$-\mu \mathbf{J}(\mathbf{r}) = (\nabla^2 + k^2) \mathbf{A} \tag{2.9}$$

donde, $k^2 = \omega^2 \epsilon \mu$ es la intensidad del vector de onda. Esta última es la ecuación vectorial de onda y establece que para una fuente eléctrica de distribución de corriente dada \mathbf{J} , el potencial vectorial \mathbf{A} puede calcularse. Entonces, \mathbf{E} y \mathbf{H} quedan determinados por (2.7) y por

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) = i\omega \epsilon \mathbf{E}(\mathbf{r}) + \mathbf{J}(\mathbf{r}) \tag{2.10}$$

la cual se obtiene directamente de las ecuaciones (2.2) y (2.5). Se trata entonces de resolver el problema canónico bidimensional de la FIGURA 2.2, mediante la ecuación vectorial de onda (2.9) sometida a las condiciones de frontera de una cuña perfectamente conductora. Sea u la componente z del campo de radiación en el sistema de coordenadas cilíndricas establecido en la FIGURA 2.2, considerando que la fuente es un filamento (fuente lineal) en (r_0, φ_0) , teniendo en cuenta las relaciones (2.7) y (2.8) en (2.9), se puede deducir que el campo fuera de la cuña, $\sigma \leq \varphi \leq \alpha$, satisface la ecuación

Capítulo 2. El problema canónico de difracción por cuña

$$(\nabla^2 + k^2)u = I_0\delta(r - r_0, \varphi - \varphi_0) \quad (2.11)$$

y las condiciones de frontera:

$$u_s = 0 \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial}{\partial n} u_h = 0 \quad (2.13)$$

de Dirichlet y de Newman, respectivamente, sobre las caras $\varphi = 0$ y $\varphi = \alpha$, las cuales corresponden a una cuña perfectamente conductora. Aquí, u_s es la componente z de la intensidad del campo eléctrico E , mientras que u_h es la componente z de la intensidad del campo magnético H . La ecuación de onda debe ser expresada en coordenadas cilíndricas, luego, para los puntos fuera de la vecindad del filamento, la ecuación (2.11) se transforma en

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} u + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} u + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} u + k^2 u = 0 \quad (2.14)$$

Utilizando separación de variables se asume una solución del tipo [18]

$$u = R(r)\Phi(\varphi)$$

la que al llevarse a la ecuación (2.14) y realizar algunas transformaciones provee el par de ecuaciones separadas

$$x^2 R_{xx} + x R_x + (x^2 - v_l) R = 0 \quad \text{con} \quad x = kr \quad (2.15)$$

$$\Phi_{\varphi\varphi} + v_l \Phi = 0 \quad (2.16)$$

La función Φ y las constantes de separación se determinan mediante las condiciones de frontera. En el caso de las condiciones de frontera suaves (Dirichlet), dadas por (2.12), se obtiene

$$\Phi = \text{Sen}(v_l \varphi) v_l = l \frac{\pi}{\alpha} l = 0, 1, 2, \dots \quad (2.17)$$

La solución a la ecuación radial de Bessel (2.15) puede expresarse en términos de las funciones de Bessel $J_{v_l}(kr)$ y de Hankel $H_{v_l}^{(1)}(kr)$: las primeras aplican en los puntos de la región $r \leq r_0$, ya que son finitas en $r = 0$; y las segundas, en los puntos de la región $r \geq r_0$, ya que satisfacen la condición de radiación de Sommerfeld muy lejos del borde [19].

Así, la solución para la ecuación (2.15) es

$$u_s = \sum_{l=1}^{\infty} a_l J_{v_l}(kr) H_{v_l}^{(1)}(kr_0) \sin v_l \varphi_0 \sin v_l \varphi \quad r \leq r_0 \quad (2.18)$$

$$u_s = \sum_{l=1}^{\infty} a_l J_{v_l}(kr_0) H_{v_l}^{(1)}(kr) \sin v_l \varphi_0 \sin v_l \varphi \quad r \geq r_0 \quad (2.19)$$

con v_l dado como en la ecuación (2.17).

Similares expresiones se obtienen para u_h , de manera que en este análisis se considera solo la componente z de la intensidad del campo eléctrico u_s . El coeficiente a_l se encuentra aplicando el teorema de Green al campo u_s en una región conveniente y su correspondiente contorno en la vecindad de la fuente lineal de excitación del campo. Puede mostrarse que [19]

$$a_l = \frac{\pi}{i\alpha} I_0$$

Capítulo 2. El problema canónico de difracción por cuña

con lo que la expresión para el campo total u_s , excitado por la fuente lineal externa en el caso considerado de condiciones de frontera suaves, es entonces

$$u_s = \frac{\pi}{i\alpha} I_0 \sum_{l=1}^{\infty} J_{v_l}(kr) H_{v_l}^{(1)}(kr_0) \sin \sin v_l \varphi_0 \sin \sin v_l \varphi \quad r \leq r_0 \quad (2.20)$$

$$u_s = \frac{\pi}{i\alpha} I_0 \sum_{l=1}^{\infty} J_{v_l}(kr_0) H_{v_l}^{(1)}(kr) \sin \sin v_l \varphi_0 \sin \sin v_l \varphi \quad r \geq r_0 \quad (2.21)$$

Esta expresión relaciona la excitación del campo debida a una onda cilíndrica con el término fuente $I_0 \delta(r - r_0, \varphi - \varphi_0)$ alrededor de la cuña en la región $0 \leq \varphi \leq \alpha$, $0 \leq r \leq \infty$; sin embargo, nos interesa considerar la excitación del campo en la región próxima a la cuña debida a una onda plana; para ello, supóngase la fuente lineal de excitación del campo muy lejos del borde de la cuña, de manera que pueda utilizarse la expresión asintótica de la función de Hankel [1]

$$H_{v_l}^{(1)}(kr_0) \sim H_0^{(1)}(kr_0) e^{-\frac{\pi}{2}v_l}$$

con lo que la ecuación de campo (2.20) en la región $r < r_0$ toma la forma

$$u_s = \frac{\pi}{i\alpha} I_0 H_0^{(1)}(kr_0) \sum_{l=1}^{\infty} e^{-\frac{\pi}{2}v_l} J_{v_l}(kr) \sin v_l \varphi_0 \sin v_l \varphi \quad (2.22)$$

o bien

$$u_s = \frac{\pi}{2i\alpha} I_0 H_0^{(1)}(kr_0) \sum_{l=1}^{\infty} e^{-\frac{\pi}{2}v_l} J_{v_l}(kr) [\cos v_l(\varphi - \varphi_0) - \cos v_l(\varphi + \varphi_0)] \quad (2.23)$$

Se puede expresar el coeficiente de la serie como

$$u_0 = \frac{1}{4i} I_0 H_0^{(1)}(kr_0) \quad (2.24)$$

con lo que resulta claro que para $r_0 \rightarrow \infty$, $I_0 \rightarrow \infty$ y el siguiente campo se puede interpretar como una onda plana viajando hacia la cuña proveniente de la dirección $\varphi = \varphi_0$,

$$u^{inc} = u_0 e^{-jkr \cos(\varphi - \varphi_0)} \quad (2.25)$$

Este campo de amplitud constante corresponde al campo de la óptica geométrica, el campo reflejado asociado (ley de reflexión) puede expresarse cambiando el signo en la diferencia del argumento en la exponencial. Estos campos pueden tomarse fijando la amplitud constante al valor unitario sin pérdida de generalidad debido a la linealidad del problema de la difracción [20]. La ecuación de campo (2.23) puede entonces escribirse en la forma

$$u_s = u_0 \cdot [u(kr, \varphi - \varphi_0) - u(kr, \varphi + \varphi_0)] \quad (2.26)$$

donde

$$u(kr, \psi) = \frac{2\pi}{\alpha} \sum_{l=0}^{\infty} \varepsilon_l e^{-j\frac{\pi}{2}v_l} J_{v_l}(kr) \cos v_l \psi \varepsilon_0 = \frac{1}{2}, \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \dots = 1 \quad (2.27)$$

Las ecuaciones (2.26) y (2.27) determinan el campo total (exactamente la componente z de la intensidad del campo total) generado por una onda plana incidente en la cuña perfectamente reflectante de la FIGURA 2.2. El campo difractado se puede calcular restando las componentes de la óptica geométrica necesarias según el caso,

$$\frac{u_s^d}{u_0} = \frac{u_s}{u_0} - u_s^{GO} \quad (2.28)$$

Para la condición de iluminación de una cara considerada en este capítulo (FIGURA 2.2),

$$u_s^{GO} = \begin{cases} e^{-jkr\cos(\varphi-\varphi_0)} - e^{-ikr\cos(\varphi+\varphi_0)} & 0 \leq \varphi \leq \pi - \varphi_0 & \text{región I} \\ e^{-jkr\cos(\varphi-\varphi_0)} & \pi - \varphi_0 \leq \varphi \leq \pi + \varphi_0 & \text{región II} \\ 0 & \pi + \varphi_0 \leq \varphi \leq \alpha & \text{región III} \end{cases} \quad (2.29)$$

Como se indicó, Sommerfeld presentó su solución exacta del problema en una forma integral y, a partir de la integral, obtuvo la solución en series infinitas dada en las ecuaciones (2.26) y (2.27). Aquí se ha procedido en un orden distinto, porque interesa obtener de forma directa una expresión de la solución exacta que se pueda evaluar numéricamente en unos casos particulares y, entonces, utilizarla como referencia al presentar los métodos asintóticos de solución que permiten computar las soluciones para otros casos, con menos requerimientos de procesamiento.

Sommerfeld introdujo también expresiones asintóticas para su solución, las cuales son bien conocidas y se pueden obtener por el método de fase estacionaria [21], [22], un procedimiento usual en los métodos asintóticos que se discutirán en el siguiente capítulo. La expresión asintótica para la solución exacta del campo difractado en el caso considerado aquí tiene la forma ($n = \frac{\alpha}{\pi}$),

$$u_s^d = u_0 \frac{e^{j(kr + \frac{\pi}{4})} \operatorname{sen} \frac{\pi}{n}}{\sqrt{2\pi kr}} \frac{1}{n} \left[\left(\cos \frac{\pi}{n} - \cos \frac{\varphi - \varphi_0}{n} \right)^{-1} - \left(\cos \frac{\pi}{n} - \cos \frac{\varphi + \varphi_0}{n} \right)^{-1} \right] \quad (2.30)$$

Esta expresión se retomará en el capítulo siguiente, al estudiar el escenario canónico y los métodos asintóticos. En efecto, será el estándar de

comparación para determinar la precisión de las predicciones de modelos basados en métodos asintóticos.

2.4. Solución de Malyuzhinets

El problema general de condiciones de frontera con impedancia en las caras fue resuelto por el físico ruso Georgy D. Malyuzhinets en su disertación doctoral [23], luego divulgado en una serie de artículos actualmente considerados clásicos [24]-[27], y finalmente presentado de manera detallada y concisa en un solo artículo, en 1958, en donde presenta su solución como una integral de Sommerfeld, cuyo integrando incluye una nueva función especial denominada función de Malyuzhinets [28].

Contribuciones posteriores a la teoría de Malyuzhinets consideran desarrollos relacionados con ecuaciones funcionales [29]-[31] que permiten extender el enfoque de Malyuzhinets a condiciones de frontera más elaboradas [32], incluso se han desarrollado soluciones asintóticas uniformes de campo lejano para dispersión por cuña con impedancia [33].

Paralelo a estos resultados también se han desarrollado procedimientos numéricos para computar la función especial de Malyuzhinets [34] y deducir algunas representaciones analíticas útiles [35], [36]. Efectivamente, con el creciente interés en cómo las propiedades de los materiales de una cuña influyen sobre los procesos de dispersión y difracción cuando las cuñas no son conductoras perfectas, se requieren maneras simples de computar la función de Malyuzhinets.

Algunos investigadores han obtenido expresiones analíticas aproximadas para el problema del plano semiinfinito [37] y se han extendido estas funciones analíticas para el problema de difracción en una cuña [38], incluso, se han desarrollado soluciones de alta precisión utilizando polinomios de Chevyshev para cuñas de algunos ángulos en particular [39]. Recientemente se han utilizado reglas de cuadratura para obtener una solución exacta cerrada al evaluar una forma integral conocida de la función de Malyuzhinets [40].

La presentación integral de la solución que se considera a continuación, no es exactamente la misma que utilizó Sommerfeld en su trabajo, sin embargo, es una forma conveniente para la discusión que se presenta en este libro.

En la FIGURA 2.3 se muestra una representación conveniente del problema canónico bidimensional para el análisis que sigue. La solución al problema canónico bidimensional planteado en esta imagen, puede obtenerse explícitamente en la forma de una integral (2.31) de Sommerfeld del tipo [41].

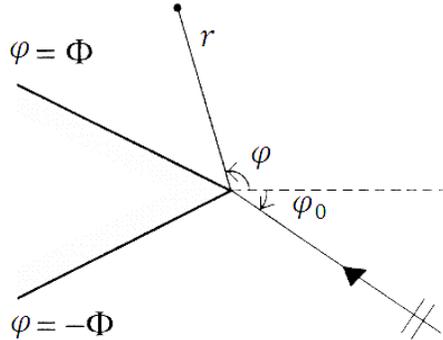


Figura 2.3. Representación esquemática del problema canónico bidimensional de la Figura 2 utilizando un sistema de referencia más conveniente para la presentación integral de la solución

$$u(kr, \varphi) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\gamma_+ + \gamma_-} e^{-jkr \cos(z)} s(\varphi + z) dz \quad (2.31)$$

Esta expresión, resuelve la ecuación de Helmholtz y satisface tanto la condición de radiación en el infinito (condición de Sommerfeld) como la de suavidad en la vecindad del borde (condición de Meixner).

El contorno de integración γ_{\pm} (contorno de Sommerfeld) se esquematiza en la FIGURA 2.4. Se asume que $kr > 0$; que la función $s(z)$ es regular dentro del contorno de integración, aunque arbitraria en cualquier otro aspecto; y que satisface la condición

$$|s(z)| \leq a e^{\delta |Imz|}, \quad \delta > 0 \quad (2.32)$$

Cuando $|Imz| \rightarrow \infty$, el coeficiente a es una constante positiva.

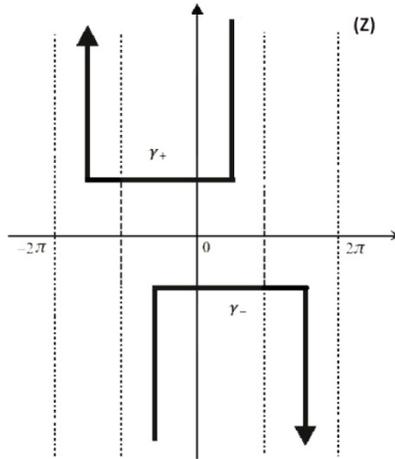


Figura 2.4. El contorno de Sommerfeld para la solución integral del problema canónico ilustrado en la Figura 2.3

La sustitución de (2.31) en las condiciones de frontera de Dirichlet (2.12), considerando el estimado (2.32), produce un sistema homogéneo de ecuaciones funcionales acopladas conocido como ecuaciones de Malyuzhinets,

$$\begin{aligned} s(\phi + z) - s(\phi - z) &= 0 \\ s(-\phi + z) - s(-\phi - z) &= 0 \end{aligned} \quad (2.33)$$

Si una función $s(z)$ satisface las ecuaciones de Malyuzhinets, satisface el estimado (2.32) y no tiene singularidades en la banda $|Re z| \leq \varphi$, excepto por el polo simple en $z = \varphi_0$; entonces, la integral (2.31) con tal función $s(z)$ es la solución al problema de difracción considerado y se reduce a [42]

$$u(kr, \varphi) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\gamma_+ + \gamma_-} \frac{\mu \cos \mu \varphi_0}{\operatorname{sen} \mu(z + \varphi) - \operatorname{sen} \mu \varphi_0} e^{-jkr \cos(z)} dz \quad (2.34)$$

donde, $\mu = \pi(2\varphi)^{-1}$; en otras palabras, el problema de la difracción se reduce a un problema de funciones analíticas. Además, existe una correspondencia entre las ondas planas que se propagan en el exterior de la

Capítulo 2. El problema canónico de difracción por cuña

cuña y los polos (simples) de la función $s(z)$. En particular la onda incidente $u^{inc} = e^{-jkrcos(\varphi-\varphi_0)}$ corresponde al polo (con residuo uno) en $z = \varphi_0$, con la condición $-\varphi < \varphi_0 < \varphi$

En el caso general de cuña con impedancia en las caras, el campo en el dominio angular presentado aquí está gobernado por la ecuación de Helmholtz,

$$(\nabla^2 + k^2)u = 0 \quad (2.35)$$

y es excitado por una onda plana incidente $u^{inc} = e^{-jkrcos(\varphi-\varphi_0)}$. La cuña es el dominio $\{(r, \varphi): r \geq 0, \Phi \leq \varphi \leq \pi U - \pi \leq \varphi \leq -\Phi\}$ y sobre las fronteras $\varphi = \Phi$ y $\varphi = -\Phi$, las caras de la cuña, se satisfacen las condiciones de frontera de impedancia (tercera clase de condiciones de frontera),

$$\frac{\partial u}{\partial n} - jksen\theta_{\pm}u|_{\varphi=\pm\Phi} = 0, \quad r > 0, \quad \theta_{\pm} = cte \quad (2.36)$$

La solución se busca en la forma de una integral de Sommerfeld del tipo

$$u(kr, \varphi) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\gamma_+} e^{-jkrcos(z)} [s(\varphi + z) - s(\varphi - z)] dz \quad (2.37)$$

la cual, sometida a la condición de frontera correspondiente a impedancia en las caras –tercera condición de frontera–, lleva a un sistema no homogéneo de ecuaciones de Malyuzhinets. Se puede mostrar que la solución del problema general de Malyuzhinets puede ser expresado en la forma [20]

$$u(kr, \varphi) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\gamma_+} \frac{\psi_0(z)}{\psi_0(\varphi_0)} \frac{\mu cos\mu\varphi_0}{sen\mu(z + \varphi) - sen\mu\varphi_0} e^{-jkrcos(z)} dz \quad (2.38)$$

donde se requiere el cálculo de la denominada función de Malyuzhinets

$$\psi_\phi(z) = \exp \left[-\frac{1}{2} \int_0^\infty \frac{\cosh(z\zeta) - 1}{\zeta \cosh\left(\frac{\pi}{2}\zeta\right) \sinh(2\phi\zeta)} d\zeta \right] \quad (2.39)$$

Finalmente, la componente z del campo difractado para $kr \gg 1$, se puede expresar como

$$E_d^z = \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}} D(\varphi, \varphi_0) \quad (2.40)$$

donde,

$$D(\varphi, \varphi_0) = \frac{e^{\frac{j\pi}{4}} \cos \cos\left(\frac{\varphi_0}{n}\right)}{n\sqrt{2\pi k} \psi(\varphi_0)} \left(\frac{\psi(\varphi - \pi)}{\operatorname{sen}\left(\frac{(\varphi - \pi)}{n}\right) - \operatorname{sen}\left(\frac{\varphi_0}{n}\right)} - \frac{\psi(\varphi + \pi)}{\operatorname{sen}\left(\frac{(\varphi + \pi)}{n}\right) - \operatorname{sen}\left(\frac{\varphi_0}{n}\right)} \right) \quad (2.41)$$

Esta expresión se retomará en el capítulo 4 al estudiar los escenarios canónicos y los coeficientes heurísticos. En efecto, será el estándar de comparación para determinar la precisión de las predicciones de modelos basados en coeficientes heurísticos.

CAPÍTULO 3
ESCENARIO CANÓNICO Y
MÉTODOS ASINTÓTICOS

3.1. Introducción

La teoría general de alta frecuencia para campos electromagnéticos fue desarrollada por el matemático alemán Rudolf K. Luneburg en 1944. Él mostró que se puede asociar un campo a cada punto de un rayo geométrico y que este posee una expansión asintótica en potencias de k^{-1} , donde los coeficientes de la expansión se determinan por consideraciones geométricas [43]. Dichos coeficientes fueron presentados de manera completa años más tarde por el matemático estadounidense Morris Kline [44]; la expansión asintótica del campo asociado a cada punto de un rayo óptico, conocida como expansión de Luneburg-Kline, constituye el fundamento de la óptica geométrica clásica (*Geometric Optics*, GO).

Posteriormente se desarrollaron dos técnicas de considerable importancia: la teoría geométrica de la difracción (*Geometric Theory of Diffraction*, GTD) y sus extensiones, la teoría uniforme de la difracción (*Uniform Theory of Diffraction*, UTD) y la teoría física de la difracción (*Physical Theory of Diffraction*, PTD). La primera –desarrollada inicialmente por el matemático estadounidense Joseph Keller [45],[46] y extendida posteriormente por los investigadores, también norteamericanos, Robert Kouyoumjian y Prabhakar Pathak [47]-[50]–, es una extensión de la óptica geométrica clásica, que da cuenta de los vacíos de esta última introduciendo un mecanismo de difracción [51]; la GTD, introducida por el físico ruso Pyotr Y. Ufimtsev, complementa la óptica física y considera la existencia de corrientes de borde no uniformes, adicionalmente a las corrientes uniformes de borde de la óptica física [52]-[54]. La óptica geométrica y la teoría geométrica de difracción son métodos de alta frecuencia basados en la técnica de rayos, mientras que la óptica física y la teoría física de difracción son métodos de alta frecuencia basados en corrientes de base.

En el problema de difracción de ondas electromagnéticas en una cuña interesan soluciones asintóticas de alta frecuencia de las ecuaciones de Maxwell bajo condiciones iniciales y condiciones de frontera específicas en las que: el número de onda espacial o intensidad del vector de propagación k tiende a infinito –o su equivalentemente, la magnitud de la frecuencia angular ω tiende a infinito–.

En este capítulo se presentan los aspectos relevantes en la construcción de una solución asintótica de alta frecuencia para el problema canónico bidimensional de la FIGURA 2.2., en el marco de la teoría geométrica de

difracción, la teoría uniforme de difracción y el método de la ecuación parabólica, con el propósito de mostrar la estructura fundamental de las técnicas asintóticas de alta frecuencia y comparar las predicciones que se obtienen por una de estas técnicas con las predicciones de soluciones asintóticas derivadas de la solución exacta de Sommerfeld.

3.2. Teoría geométrica de difracción

La óptica geométrica brinda un modelo para la propagación de rayos incidente y reflejado en el caso del problema canónico 2D de difracción por una cuña. Para obtener una solución asintótica, las expresiones para los campos correspondientes a estos rayos se expresan en términos de la expansión de Luneburg-Kline [55].

El campo incidente puede expresarse ($k \rightarrow \infty$)

$$u^{inc} \sim e^{-jk\psi(r)} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{u_m(r)}{(i\omega)^m} \quad (3.1)$$

donde es claro que $k^2 = \omega^2 \epsilon \mu$, y $\psi(r)$ es la función de fase.

Al someter el campo dado por la ecuación (3.1) a una forma conveniente de las ecuaciones de Maxwell (2.1) a (2.4), sin unas condiciones de frontera particulares en mente, se puede mostrar que este campo satisface la ecuación eikonal [56]

$$|\nabla\psi|^2 = 1 \quad (3.2)$$

la cual provee una conveniente descripción de la variación de la fase a lo largo del camino del campo de alta frecuencia; sin embargo, también se requiere información cuantitativa sobre la variación de la amplitud del campo, esto es, la ecuación de transporte.

En efecto, al someter la expansión que se presentó en (3.1) a una forma conveniente de la ecuación de onda (2.9), se obtiene la ecuación de transporte de orden cero

$$2(\nabla\psi \cdot \nabla)E_0 + 2(\nabla^2\psi)E_0 = 1 \quad (3.3)$$

y también se puede obtener la ecuación de transporte de orden superior [47]

$$2(\nabla\psi \cdot \nabla)E_m + 2(\nabla^2\psi)E_m = -v\nabla^2E_{m-1} \quad (3.4)$$

Para obtener la forma en que se propaga el campo, se deben resolver las ecuaciones de transporte (3.3) y (3.4); en la práctica, solo es necesario resolver (3.3), ya que (3.4) es un sistema iterativo de ecuaciones para encontrar u_m en términos de u_{m-1} (ecuaciones correspondientes pueden hallarse para el campo magnético). Se puede mostrar que el campo reflejado es proporcional al campo incidente en el punto de difracción multiplicado por un coeficiente de reflexión.

Para incluir los rayos difractados, Keller propuso una generalización del principio de Fermat, el cual indica que “un rayo difractado por un borde desde un punto P hasta un punto Q es una curva con longitud óptica estacionaria entre todas las curvas desde P hasta Q con un punto sobre el borde” [46, p.116].

De acuerdo con esto, considérese el campo u_d de un rayo difractado desde el borde de la cuña de la FIGURA 2.2. Puesto que el medio considerado es homogéneo y todos los rayos incidentes viven en planos normales al borde (incidencia normal), los rayos difractados también son normales al borde y emanan de él en todas direcciones, con lo que basta considerar solo rayos en un plano normal al borde de la cuña (FIGURA 3.1).

Sea r la distancia desde el punto de observación al borde de la cuña (FIGURA 2.2), entonces la fase de un rayo difractado es solo kr más la fase ψ_i del rayo incidente en el borde. El flujo, a través de un tubo de rayos bidimensional, es proporcional a rA^2 y dado que dicho flujo debe ser constante, la amplitud $A(r)$ debe ser proporcional a $r^{-1/2}$. Además, la amplitud también debe ser proporcional a la amplitud del rayo incidente en el borde A_i , con lo que se puede escribir (3.5) [46].

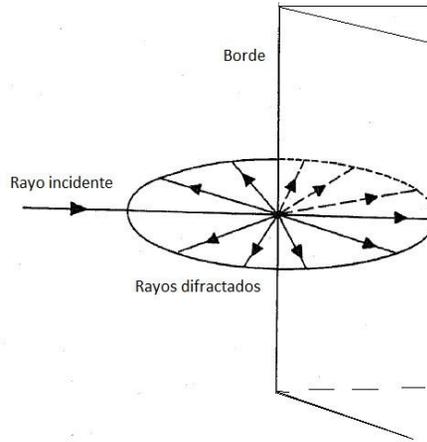


Figura 3.1. Rayo incidente y rayos difractados en el problema canónico bidimensional de difracción en una cuña de borde recto (incidencia normal)

$$u_s^{d,GTD} = DA_i r^{-\frac{1}{2}} e^{-j(kr+\psi_i)} = Du_0 r^{-\frac{1}{2}} e^{-jkr} \quad (3.5)$$

Al comparar el resultado de (3.5) con la solución exacta de Sommerfeld para el caso considerado, cuando la solución es asintóticamente expandida para grandes valores de kr (2.30), los resultados coinciden siempre que el coeficiente D coincide con

$$D^{GTD} = \frac{e^{j\frac{\pi}{4}} \operatorname{sen} \frac{\pi}{4}}{n\sqrt{2k\pi}} \left[\left(\cos \frac{\pi}{n} - \cos \frac{\varphi - \varphi_0}{n} \right)^{-1} - \left(\cos \frac{\pi}{n} - \cos \frac{\varphi + \varphi_0}{n} \right)^{-1} \right] \quad (3.6)$$

El signo en los paréntesis dentro del corchete depende de las condiciones de frontera exigidas al borde en la solución exacta, en este caso corresponde a las condiciones de frontera de Dirichlet, dadas en (2.12). El acuerdo determina el coeficiente de difracción para el caso considerado y también confirma la solución asintótica.

3.3. Teoría uniforme de difracción

En términos generales, los métodos asintóticos son desarrollos para expandir funciones, evaluando integrales y resolviendo ecuaciones diferenciales, que incrementan la precisión cuando algún parámetro se aproxima a un valor límite [47]. Al desarrollar estos métodos asintóticos frecuentemente se encuentran integrales del tipo

$$I(k) = \int_C F(z) e^{ikf(z)} dz \quad (3.7)$$

donde: $f(z)$ es una función analítica; $F(z)$ es una función bien comportada; C es un contorno adecuado en el plano complejo \mathcal{Z} ; y se desea obtener una aproximación asintótica de esta integral para grandes valores de $|k|$. Esto puede hacerse por un método de fase estacionaria, el cual depende del factor exponencial en el integrando. Si el contorno C es deformado para pasar por el punto estacionario z_s mediante un camino de descenso empinado o un camino de fase estacionaria, la principal contribución a la integral ocurre en la vecindad del punto estacionario z_s de $f(z)$. La parte real de $kf(z)$ es constante a lo largo de un contorno de descenso empinado y la parte imaginaria de $kf(z)$ es constante a lo largo de un contorno de fase estacionaria. El término principal de la expansión asintótica para cada contorno se encuentra expandiendo $f(z)$ en series de Taylor, cortando la serie en el término de segundo orden y ajustando $F(z) \sim F(z_s)$ en la vecindad de z_s . Mediante estas técnicas, la solución de Keller que se presentó en el apartado anterior puede ser extendida a una expresión más general que corrige las deficiencias del modelo de Keller en la vecindad de las cúspidas. Este desarrollo se conoce como teoría uniforme de la difracción.

En la teoría uniforme de la difracción, para el caso considerado, de onda incidente plana sobre cuña conductora perfecta (sección 2.2), el campo difractado es como aparece en (3.5) y el coeficiente de difracción correspondiente ($L = r$) es [48]

$$\begin{aligned}
 D^{UTD} = \frac{-e^{-j\frac{\pi}{4}}}{2n\sqrt{2\pi k}} \{ & \cot\left(\frac{\pi + (\zeta^-)}{2n}\right)F[kLg^+(\zeta^-)] \\
 & + \cot\left(\frac{\pi - (\zeta^-)}{2n}\right)F[kLg^-(\zeta^-)] \\
 & - \cot\left(\frac{\pi + (\zeta^+)}{2n}\right)F[kLg^+(\zeta^+)] \\
 & - \cot\left(\frac{\pi - (\zeta^+)}{2n}\right)F[kLg^-(\zeta^+)] \}
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

donde, $F(x)$ es la función de Fresnel dada por

$$F(x) = 2j\sqrt{x}e^{jx} \int_{\sqrt{x}}^{\infty} e^{-j\tau^2} d\tau \tag{3.9}$$

y además,

$$g^{\pm}(\zeta) = 2\cos^2\left(\frac{2n\pi(N^{\pm}) - \zeta^{\pm}}{2}\right)$$

$$N^{\pm} = \frac{\pm\pi + \zeta^{\pm}}{2n\pi}$$

$$\zeta^{\pm} = \varphi \pm \varphi_0$$

$$n = \frac{2\varphi}{\pi}$$

Tanto para la solución de la teoría geométrica de difracción como para la solución de la teoría uniforme de difracción, el campo total en el dominio angular se obtiene sumando las componentes de la óptica geométrica, según la región (FIGURA 2.2), esto es

$$\frac{u_s^{UTD}}{u_0} = \frac{u_s^{d,UTD}}{u_0} + u_s^{GO} \quad (3.10)$$

donde,

$$u_s^{GO} = \begin{cases} e^{-jkr\cos(\varphi-\varphi_0)} - e^{-ikr\cos(\varphi+\varphi_0)} & 0 \leq \varphi \leq \pi - \varphi_0 & \text{región I} \\ e^{-jkr\cos(\varphi-\varphi_0)} & \pi - \varphi_0 \leq \varphi \leq \pi + \varphi_0 & \text{región II} \\ 0 & \pi + \varphi_0 \leq \varphi \leq \alpha & \text{región III} \end{cases} \quad (3.11)$$

El tema crítico en teoría de difracción uniforme es el cómputo de la integral de Fresnel; estos resultados son importantes para el análisis de escenarios canónicos mediante modelos basados en coeficientes heurísticos que se desarrolla en el capítulo 4.

3.4. Método de la ecuación parabólica

El método asintótico de alta frecuencia aplicado usualmente es el descrito en el apartado anterior, sin embargo, existe otro fundamentalmente diferente, más efectivo y directo, desarrollado por el físico ruso Mikhail Aleksandrovich Leontovich en 1944.

Leontovich desarrolló una aproximación directamente en las ecuaciones de campo; utilizando este tipo de aproximación redujo el problema de valor en la frontera para la ecuación de Helmholtz a uno de forma parabólica. Mostró además que por este método las soluciones asintóticas necesarias pueden obtenerse de manera simple y rápida. Este método, conocido como el método de la ecuación parabólica, fue usado exitosamente por Malyuzhinets para construir una poderosa teoría de difracción de la cual se esbozaron los aspectos relevantes para el problema bidimensional al final del capítulo 2.

A continuación se presenta la solución para el problema de difracción bidimensional presentado en el capítulo 2 mediante el método de la ecuación parabólica: considérese una onda plana incidente sobre una cuña (FIGURA 2.2). El campo difractado satisface la ecuación

$$\nabla^2 u + k^2 u = 0 \quad (3.12)$$

con condición de frontera (u_s es la componente en z del campo eléctrico),

$$u_s = 0 \quad (3.13)$$

en las caras $\varphi = 0$ y $\varphi = \alpha$. Una solución de la ecuación (3.12) puede escribirse en la forma

$$u = u^G + u^d \quad (3.14)$$

donde: u^G es el campo de la óptica geométrica y u^d es el campo difractado. Este último se puede expresar de la forma

$$u_s^d = e^{jkr} W(kr, \varphi, \varphi_0) \quad (3.15)$$

Sustituyendo este campo en la ecuación (3.12) y despreciando la difusión longitudinal, se tiene

$$\frac{\partial^2 W}{\varphi^2} + 2jkr^2 \frac{\partial W}{\partial r} + jkrW = 0 \quad (3.16)$$

En el caso de iluminación por onda plana sobre una cara (cara θ en la FIGURA 2.2), el campo total debe ser continuo y satisfacer la condición de frontera (3.13). Además de esto, el análisis de difracción debe contener el término fuente. Una forma conveniente para la ecuación (3.16) que incluya el término fuente para las condiciones planteadas es [57]

$$\frac{\partial^2 W}{\varphi^2} + 2jkr^2 \frac{\partial W}{\partial r} + jkrW = \delta'(\varphi - (\pi + \varphi_0)) - \delta'(\varphi - (\pi - \varphi_0)) \quad (3.17)$$

Según el método de separación de variables, la función W es del tipo

$$W(r, \varphi) = \sum_{s=0}^{\infty} R_s(r) \text{sen}(v_s \pi) \text{sen}(v_s \varphi_0) \text{sen}(v_s \varphi) \quad (3.18)$$

El término fuente puede expresarse como

$$\begin{aligned} & \delta'(\varphi - (\pi + \varphi_0)) - \delta'(\varphi - (\pi - \varphi_0)) \\ &= \frac{4}{\alpha} \sum_{s=0}^{\infty} v_s \text{sen}(v_s \pi) \text{sen}(v_s \varphi_0) \text{sen}(v_s \varphi) \end{aligned} \quad (3.19)$$

Llevando (3.18) y (3.19) a (3.16), se obtiene

$$2jkr^2 \frac{\partial R_s}{\partial r} + (jkr - v_s^2) R_s = \frac{4v_s}{\alpha} \quad (3.16)$$

La condición de finitud de $W(r, \varphi)$ en el borde, para un kr muy pequeño, garantiza la unicidad de la solución de (3.16), la cual se expresa como

$$R_s(r) = \frac{4}{j\alpha} \sqrt{\frac{2}{kr}} e^{j\frac{v_s^2}{2kr}} \int_{\frac{v_s}{\sqrt{2kr}}}^{\infty} e^{-jx^2} dx \quad (3.17)$$

por consiguiente,

$$W(r, \varphi) = \frac{4}{j\alpha} \sqrt{\frac{2}{kr}} \sum_{s=0}^{\infty} e^{j\frac{v_s^2}{2kr}} \text{sen}(v_s\pi) \text{sen}(v_s\varphi_0) \text{sen}(v_s\varphi) \int_{\frac{v_s}{\sqrt{2kr}}}^{\infty} e^{-jx^2} dx \quad (3.18)$$

o bien,

$$W(r, \varphi) = \frac{4}{j\alpha} \sqrt{\frac{2}{kr}} \int_{\frac{v_s}{\sqrt{2kr}}}^{\infty} e^{-jt^2} dt \sum_{s=0}^{\infty} e^{jt v_s \sqrt{\frac{2}{kr}}} \text{sen}(v_s\pi) \text{sen}(v_s\varphi_0) \text{sen}(v_s\varphi) \quad (3.19)$$

Sumando la serie mediante el método de Borel se tiene

$$W(r, \varphi) = w(r, \varphi - \varphi_0) - w(r, \varphi + \varphi_0) \quad (3.20)$$

donde, $(0^+ = \text{Lim}(0 + \epsilon))$

$$w(r, \psi) = \frac{j}{2\alpha} \int_0^{0^+ - i\infty} e^{-t\frac{kr}{2}} \left[\frac{\text{sen} \frac{\pi + \psi}{n}}{\cos \frac{\tau}{n} - \cos \frac{\pi + \psi}{n}} + \frac{\text{sen} \frac{\pi - \psi}{n}}{\cos \frac{\tau}{n} - \cos \frac{\pi - \psi}{n}} \right] d\tau, \quad n = \frac{\alpha}{\pi} \quad (3.21)$$

Se puede mostrar que una buena expresión asintótica para (3.20) y (3.21) que provee el campo difractado para $kr \gg 1$ y $kr_0 \gg 1$ es [58]

$$W(kr, \varphi) = \frac{e^{j\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2\pi}} [w(kr, \psi_1) + w(kr, \psi_2)] \quad (3.22)$$

con

$$w(kr, \psi) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\frac{1}{n} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{n}\right) e^{-kr s^2}}{\cos\left(\frac{\pi}{n}\right) - \cos\left(\frac{\delta + \psi}{n}\right)} ds \quad (3.23)$$

donde, $\psi_{1,2} = \varphi \mp \varphi_0$, $n = \frac{\alpha}{\pi}$ y $\delta = \sqrt{2} e^{-j\frac{\pi}{4}} s$

Tal como se hizo en (3.10), el campo total se obtiene sumando las componentes de la óptica geométrica de acuerdo con la región (FIGURA 2.2),

$$u_s^{EP} = u_s^{d,EP} + u_s^{GO} \quad (3.24)$$

donde,

$$u_s^{GO} = \begin{cases} e^{-jkr \cos(\varphi - \varphi_0)} - e^{-ikr \cos(\varphi + \varphi_0)} & 0 \leq \varphi \leq \pi - \varphi_0 & \text{región I} \\ e^{-jkr \cos(\varphi - \varphi_0)} & \pi - \varphi_0 \leq \varphi \leq \pi + \varphi_0 & \text{región II} \\ 0 & \pi + \varphi_0 \leq \varphi \leq \alpha & \text{región III} \end{cases} \quad (3.11)$$

El tema crítico en este método es el cómputo de la integral (3.23). A continuación, se utiliza una herramienta de simulación[58] para comparar la solución exacta presentada en (2.30), con la solución asintótica basada en el método de la ecuación parabólica de la ecuación (3.15). En el capítulo 7 se verá cómo el método de la ecuación parabólica permite incluso plantear modelos de predicción de propagación de ondas radio troposféricas.

3.5 Análisis canónico de difracción por cuña conductora perfecta

A continuación, se analiza la difracción de ondas planas por una cuña de ángulo exterior de 350 grados y ángulos de incidencia de 30, 45, 60 y 75 grados, correspondientes a incidencia normal en la condición de iluminación de una sola cara, como se muestra en la FIGURA 3.2.

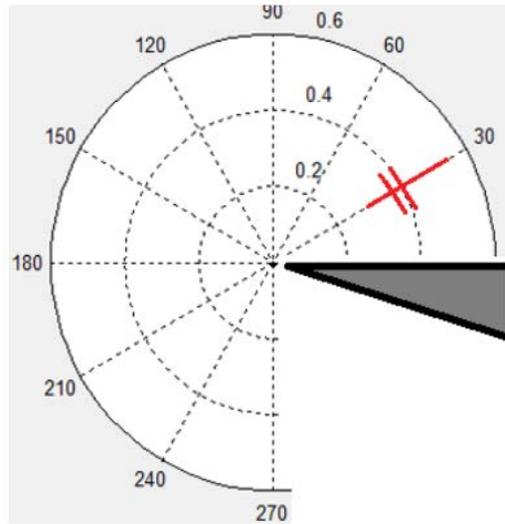


Figura 3.2. Dominio angular para el problema 2D de difracción de ondas planas por una cuña de ángulo exterior 350 grados

La frecuencia de la onda es 30MHz, la fuente está a 100 metros del borde, el punto de observación a 50 metros y se consideran las condiciones de frontera de Dirichlet. Se utiliza la herramienta de simulación WedgeGUI [58]-[60]; se comparan las predicciones de difracción por cuña que se obtienen mediante la solución exacta de Sommerfeld presentada en (2.30) y la solución por el método de la ecuación parabólica presentado en (3.12).

Los resultados de la simulación se muestran en las FIGURAS 3.3 a 3.6, en ellas se puede observar que las predicciones de intensidad de campo difractado del método asintótico son menores que las calculadas con la solución exacta. Esta discrepancia obedece a que las soluciones asintóticas solo consideran los términos dominantes de la expansión y, por lo tanto, producen soluciones que se aproximan por debajo a la solución exacta.

Ahora bien, puesto que las soluciones asintóticas son aproximaciones a las soluciones exactas para altas frecuencias, se puede verificar que la diferencia disminuye para valores mayores de frecuencia. Por ejemplo, al aumentar la frecuencia en un orden de magnitud, se observa un mejor acuerdo entre las predicciones de las dos soluciones, como se puede apreciar en las FIGURAS 3.7 y 3.8, donde se muestran las predicciones para 30 y 60 grados con una frecuencia de 300 MHz, y es evidente que en algunas direcciones las soluciones coinciden. Es decir que, al aumentar la frecuencia en un orden de

magnitud, el acuerdo entre las predicciones de las soluciones es mucho mayor, con lo que se verifica la sensibilidad de la precisión de los métodos asintóticos con la frecuencia.

Una cuestión adicional es revisar si los métodos implementados atienden el principio de reciprocidad, para ello se realizaron simulaciones para ángulos correspondientes a condición de iluminación de dos caras. Las FIGURAS 3.9 y 3.10 muestran los resultados para ángulos de 150 y 120 grados. Al comparar sus resultados con los de las FIGURAS 3.7 y 3.8, se encuentra que la solución asintótica satisface el principio de reciprocidad, tal como hace la solución exacta.

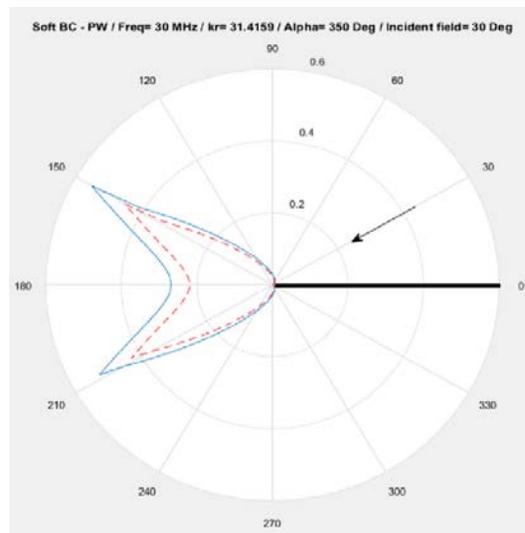


Figura 3.3. Distribución polar de la intensidad del campo difractado, normalizada en función del ángulo de observación, para las predicciones de la solución exacta (línea continua) y del método de la ecuación parabólica (línea a trazos), en el caso de ángulo de incidencia 30 grados.

Capítulo 3. Escenario canónico y métodos asintóticos

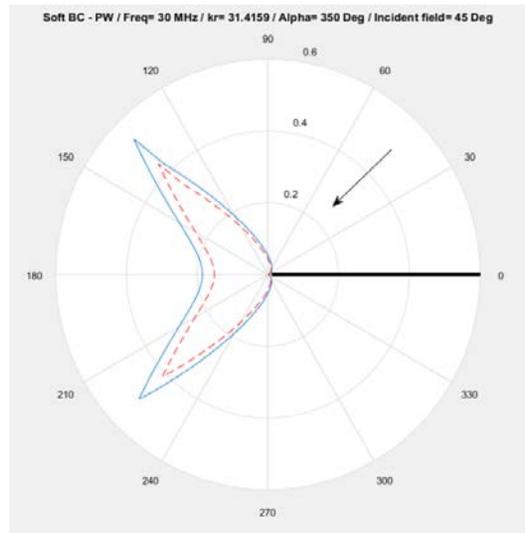


Figura 3.4. Distribución polar de la intensidad del campo difractado, normalizada en función del ángulo de observación, para las predicciones de la solución exacta (línea continua) y del método de la ecuación parabólica (línea a trazos), en el caso de ángulo de incidencia 45 grados.

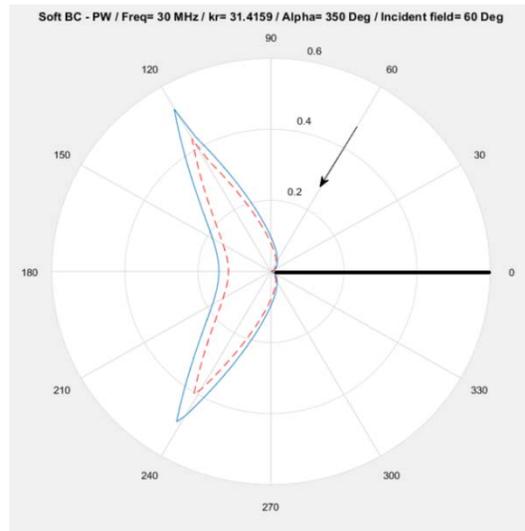


Figura 3.5. Distribución polar de la intensidad del campo difractado, normalizada en función del ángulo de observación, para las predicciones de la solución exacta (línea continua) y del método de la ecuación parabólica (línea a trazos), en el caso de ángulo de incidencia 60 grados.

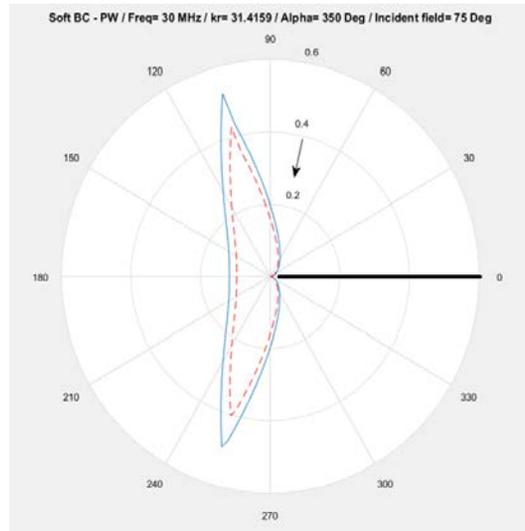


Figura 3.6. Distribución polar de la intensidad del campo difractado, normalizada en función del ángulo de observación, para las predicciones de la solución exacta (línea continua) y del método de la ecuación parabólica (línea a trazos), en el caso de ángulo de incidencia 75 grados.

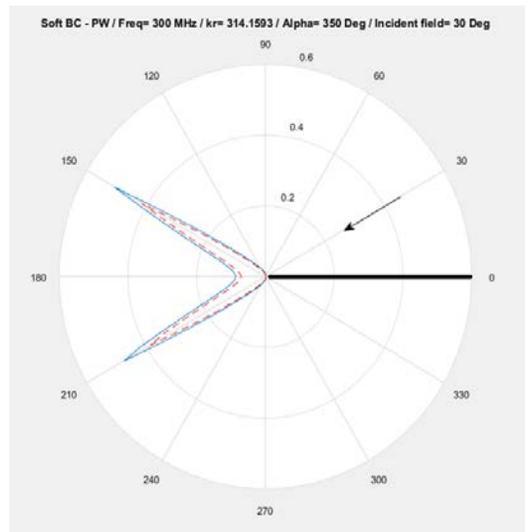


Figura 3.7. Distribución polar de la intensidad del campo difractado, normalizada en función del ángulo de observación, para las predicciones de la solución exacta (línea continua) y del método de la ecuación parabólica (línea a trazos), en el caso de ángulo de incidencia 30 grados. La frecuencia se incrementó en un orden de magnitud.

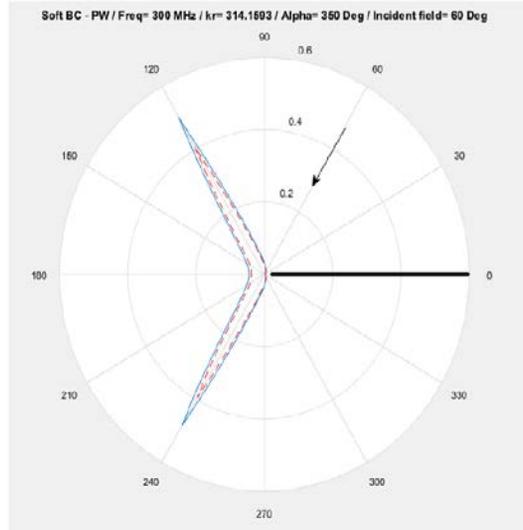


Figura 3.8. Distribución polar de la intensidad del campo difractado, normalizada en función del ángulo de observación, para las predicciones de la solución exacta (línea continua) y del método de la ecuación parabólica (línea a trazos), en el caso de ángulo de incidencia 60 grados. La frecuencia es la misma que en la simulación de la Figura 3.7.

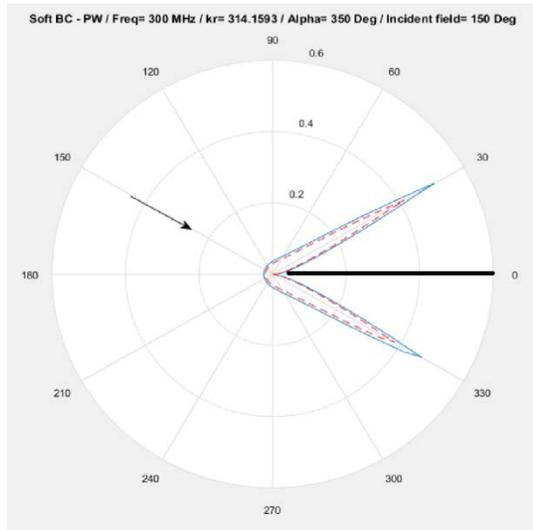


Figura 3.9. Distribución polar de la intensidad del campo difractado, normalizada en función del ángulo de observación, para las predicciones de la solución exacta (línea continua) y del método de la ecuación parabólica (línea a trazos), en el caso de ángulo de incidencia 150 grados. La frecuencia es la misma que en la simulación de la Figura 3.7.

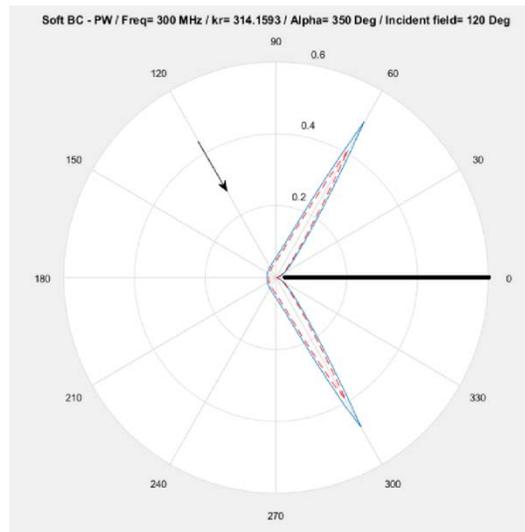


Figura 3.10. Distribución polar de la intensidad del campo difractado, normalizada en función del ángulo de observación, para las predicciones de la solución exacta (línea continua) y del método de la ecuación parabólica (línea a trazos), en el caso de ángulo de incidencia 120 grados. La frecuencia es la misma que en la simulación de la Figura 2.8.

CAPÍTULO 4

ESCENARIO CANÓNICO Y COEFICIENTES HEURÍSTICOS

El contenido de este capítulo proviene del artículo “Analysis of heuristic uniform theory of diffraction coefficients for electromagnetic scattering prediction” [99], originalmente publicado en inglés por los autores de este libro, junto con: Diego Tami, Cássio G. Rego y Fernando Moreira, del Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (Belo Horizonte, Brasil); Dinael Guevara, de la Universidad Francisco de Paula Santander (Cúcuta, Colombia); y Jordi Giménez del iTeam de la Universidad Politécnica de Valencia. La versión en inglés del artículo citado fue publicada en *International Journal of Antennas and Propagation*, vol. 2018, Article ID 3029152 (doi:10.1155/2018/3029152).

4.1. Introducción

Mediante la comparación entre soluciones de alta precisión y soluciones aproximadas para los coeficientes de difracción en problemas canónicos, así como en entornos reales, se pueden hacer observaciones generales sobre el método de rayos y los coeficientes UTD.

La UTD es la solución asintótica generalmente utilizada para predecir la dispersión de la propagación en entornos urbanos, sin embargo, la formulación UTD es rigurosa, lo que hace que los coeficientes de difracción y las definiciones angulares sean bastante complejos y con muchas excepciones, dependiendo de la geometría de la cuña y de las posiciones del transmisor y el receptor.

Como ya se indicó en el capítulo 2, aunque los primeros coeficientes UTD fueron desarrollados para cuñas conductoras perfectas, Malyuzhinets desarrolló una solución de alta precisión para difracción en cuña con superficies conductoras imperfectas [61]. Aunque la solución de Malyuzhinets no es práctica para predecir la propagación en entornos reales (complejos), ya que utiliza una función especial que es difícil de calcular numéricamente para ángulos de cuña arbitrarios, si es una referencia útil para comparar otras soluciones numéricas, por lo que se han propuesto varios coeficientes heurísticos para el problema canónico. El propósito de este capítulo es analizar tres tipos de estos coeficientes UTD heurísticos para predicciones de difracción electromagnética.

4.2. Coeficientes de Malyuzhinets

En este apartado consideramos el problema bidimensional de difracción por una cuña semiinfinita con bordes rectos, ángulo exterior $n\pi$, superficies frontera conductoras imperfectas, en un medio homogéneo, lineal e isotrópico. En el sistema de coordenadas cilíndricas elegido: el borde recto de la cuña está a lo largo del eje z ; las caras planas de la cuña están en $\varphi = 0$ (cara 0) y $\varphi = n\pi$ (cara n); la fuente radio está en $\varphi = \phi_i$, a una distancia $r = s_i$ del borde de la cuña; y el punto de observación está en (s_d, ϕ_d) . La geometría del problema se muestra en la FIGURA 4.1.

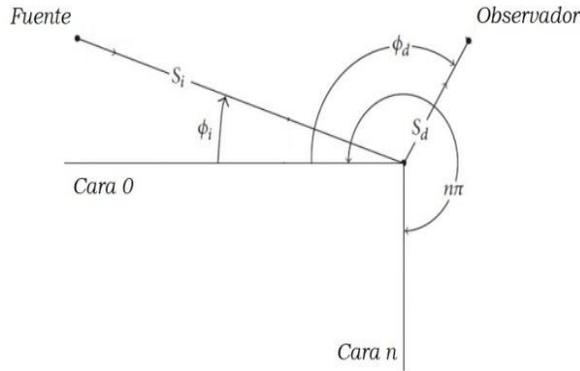


Figura 4.1. Rayo incidente y rayos difractados en el problema canónico bidimensional de difracción en una cuña de borde recto: incidencia normal

Como se vio al final del capítulo 2, Malyuzhinets eligió la forma utilizada por Sommerfeld para una cuña conductora perfecta; para plantear su solución al problema, expresó la totalidad del campo en la cuña, como una integral de Sommerfeld limitada por las impedancias en las caras. La solución al problema de Malyuzhinets, expresada en la notación empleada en este capítulo es [62]

$$E_z^d = \frac{e^{-jk s_d}}{\sqrt{s_d}} D(\phi_d, \phi_i) \quad (4.1)$$

donde,

$$D(\phi_d, \phi_i) = \frac{e^{-j\frac{\pi}{4}} \cos\left(\frac{\phi_i}{n}\right)}{n\sqrt{2\pi k} \psi(\phi_i)} \left[\frac{\psi(\phi_d - \pi)}{\text{sen}\left(\frac{\phi_d - \pi}{n}\right) - \text{sen}\left(\frac{\phi_i}{n}\right)} - \frac{\psi(\phi_d + \pi)}{\text{sen}\left(\frac{\phi_d + \pi}{n}\right) - \text{sen}\left(\frac{\phi_i}{n}\right)} \right]$$

es el coeficiente de difracción y $\psi(\alpha)$ es una función que depende de la función de Malyuzhinets y puede ser evaluada en forma cerrada para algunos casos especiales.

Por otro lado, la solución general UTD para la componente z del campo eléctrico en el punto de observación, según la notación adoptada en este capítulo es

$$E_z = E_i(W) \cdot \underline{D}A(s_d)e^{-jk s_d} \quad (4.2)$$

donde; $E_i(W)$ es el campo eléctrico incidente en el borde de la cuña; $A(s_d)$ es la amplitud; s_d es la distancia entre la cuña y el observador; y \underline{D} es el coeficiente de difracción diádico. Adoptando la notación clásica [50], el coeficiente diádico correspondiente a condiciones de frontera de Dirichlet se puede expresar como

$$\underline{D} = G_0[D_2 + R_0(\alpha_0)D_4] + G_n[D_1 + R_n(\alpha_n)D_3] \quad (4.3)$$

donde: D_i , para $i = 1, \dots, 4$, son los coeficientes de difracción UTD; G_0 y G_n son los factores de incidencia rasante; y R_0 y R_n son los coeficientes de reflexión de Fresnel para las caras 0 y n , respectivamente. A continuación, se consideran tres tipos de coeficientes UTD heurísticos.

4.3. Coeficientes de Luebbers

Luebbers fue uno de los primeros en establecer coeficientes de difracción heurísticos para una cuña conductora imperfecta [63]; introdujo los coeficientes de reflexión de Fresnel en la formulación UTD, definiendo los ángulos de incidencia y reflexión de los rayos incidentes y difractados. Aunque los coeficientes de Luebbers son bastante prácticos, presentan dificultades asociadas con la reciprocidad y las regiones de sombra, ya que se derivan para dispersión hacia adelante, asumiendo $\phi_i < \phi_d$. La definición de Luebbers para los ángulos α_0 y α_n utilizada en los coeficientes de reflexión de Fresnel, es

$$\alpha_0 = \phi_i \alpha_n = n\pi - \phi_i \quad (4.4)$$

4.4. Coeficientes de Schettino

Se han propuesto recientemente unos coeficientes UTD heurísticos [64] basados en la formulación de Holm [65], con definiciones angulares para α_0 y α_n , basadas en los enfoques de Aïdi [66] y El-Sallabi [67]. En esencia, esta formulación combina las características de los coeficientes de Holm [65] con definiciones angulares rigurosas basadas en la frontera de reflexión de los rayos. Cuando una sola de las caras (0 o n), es iluminada, se adopta la definición angular propuesta en [67]; pero cuando ambas caras son iluminadas, las definiciones angulares propuestas en [66] han probado ser más apropiadas. Las descripciones detalladas de estas definiciones pueden encontrarse en [64]. Aunque los coeficientes de Schettino aseguran reciprocidad y alcanzan mejores resultados para localización arbitraria de la fuente y el observador, no son prácticos para su aplicación en escenarios urbanos grandes, ya que las definiciones angulares utilizadas tienen muchas condiciones en relación con las direcciones de las ondas incidentes y difractadas, lo que hace de él, un enfoque bastante complejo e implica necesariamente complejidad computacional.

4.5. Coeficientes de Guevara

Los citados estudios de Luebbers y Schettino presentan buenos resultados, pero tienen dificultades debido a: la inexactitud en las regiones de sombra, la complejidad en la implementación y la dificultad para su aplicación en grandes escenarios urbanos. Apostándole a la aplicabilidad, eficiencia y rendimiento, en este estudio se implementa un enfoque novedoso, denominado coeficientes de Guevara, el cual se basa en la formulación de Luebbers con la adición de un método físico para modelar las condiciones de cuña y asegurar la reciprocidad, sin depender de las posiciones de la fuente y el observador. La principal ventaja de los coeficientes de Guevara es su simplicidad en la implementación computacional para todas las situaciones, en relación con la posición de las ondas incidente y difractada. Este enfoque práctico mejora el tiempo de simulación cuando la predicción del canal radio se realiza en escenarios urbanos complejos.

Los coeficientes de Guevara se basan en la formulación de Luebbers [63], adoptando nuevas definiciones angulares para ψ' y ψ , a fin de obedecer la reciprocidad y un método físico que permite modelar la difracción en los bordes laterales de los edificios. Estos coeficientes también permiten la caracterización de las paredes y techos de los edificios y el pavimento de las calles, utilizando parámetros dieléctricos comunes para cada grupo de elementos del ambiente en escenarios reales. La FIGURA 4.2 muestra las nuevas definiciones angulares en los coeficientes Guevara.

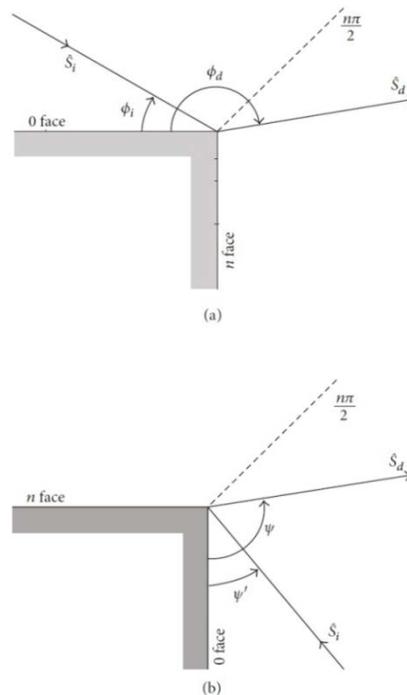


Figura 4.2. Definiciones angulares utilizadas en los coeficientes de Guevara

Como se observa en ella, si el rayo incidente está en la región definida por $\phi_i \leq (\frac{n\pi}{2})$, los ángulos ϕ_i y ϕ_d se mantienen iguales a Luebbers (a); pero si el rayo incidente llega de la región $\phi_i \geq (\frac{n\pi}{2})$, las asignaciones de las caras se intercambian (b) y las condiciones de Luebbers se aplican definiendo

$$\begin{aligned}\phi_i &= \psi' \\ \phi_d &= \psi\end{aligned}\tag{4.5}$$

con ϕ_i y ϕ_d ya definidos. Los coeficientes de reflexión de Fresnel, $R_0(\alpha_0)$ y $R_n(\alpha_n)$, para las caras 0 y n , respectivamente, se calculan con

$$\begin{aligned}\alpha_0 &= \phi_i \\ \alpha_n &= \min[\phi_d, n\pi - \phi_d]\end{aligned}\tag{4.6}$$

4.6. Análisis canónico de difracción por cuña conductora imperfecta

Se pueden utilizar formas geométricas convencionales para modelar la mayoría de construcciones en entornos urbanos –como paralelepípedos ortogonales, para modelar edificios–. En esta sección se estudia la difracción en una cuña conductora imperfecta con un ángulo interno de $90^\circ\epsilon_r = 10$ y $\sigma = 0.01$ (s/m); la cuña es iluminada por una onda plana de 1 GHz que incide normalmente (FIGURA 4.1); se analizan tres tipos de incidencia –en cara-cero, sobre ambas caras y en cara-n–, para $\phi_i = \frac{\pi}{6}$, $\frac{3\pi}{4}$, y $\frac{4\pi}{3}$, respectivamente.

Los resultados se comparan utilizando los tres conjuntos de coeficientes heurísticos citados: Luebbers, Schettino y Guevara. En el análisis se consideran polarizaciones TM (*soft*) y TE (*hard*) y se adoptan como referencia los coeficientes de Malyuzhinets [66]. El observador está a una distancia de 30λ del borde, para $0 \leq \phi_d \leq \frac{3\pi}{2}$. Aunque lo común en la literatura para escenarios canónicos es el uso de la intensidad del campo, en las siguientes figuras se utiliza la atenuación relativa expresada en dB, debido a su uso común en escenarios reales y campañas de medición. Esta representación no modifica el significado de los resultados ni de las conclusiones.

En las FIGURAS 4.3 y 4.4 se muestra la atenuación relativa del campo difractado $|Ed/Ei|$, expresado en dB, para la incidencia de cara-cero, para las polarizaciones TM y TE, respectivamente. En la TABLA 4.1 se muestra la media y la desviación estándar (DE) del error absoluto.

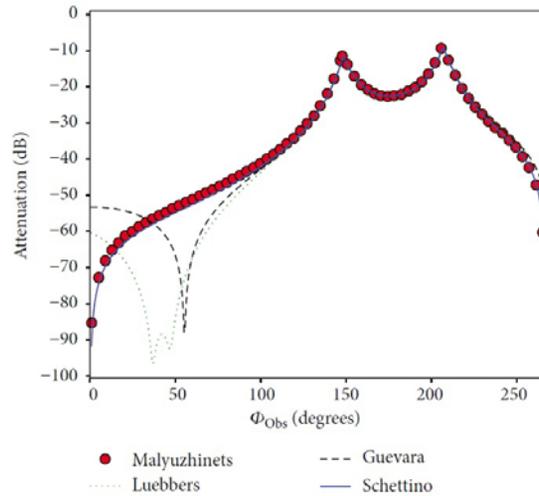


Figura 4.3. Atenuación del campo difractado para polarización TM alrededor de la cuña: incidencia de cara cero $\phi_i = \frac{\pi}{6}$

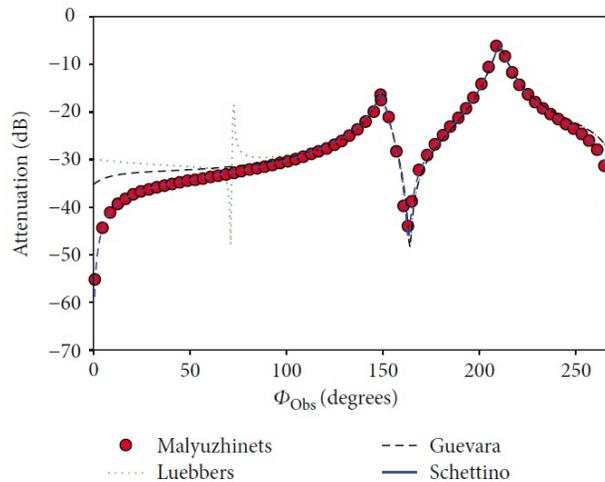


Figura 4.4. Atenuación del campo difractado para polarización TE alrededor de la cuña: incidencia de cara cero $\phi_i = \frac{\pi}{6}$

Capítulo 4. Escenario canónico y coeficientes heurísticos

Tabla 4.1. Estadística para la incidencia en cara cero

Coefficientes UTD	Polarización media (dB)	TM DS (dB)	Polarización media (dB)	TM DS (dB)
Luebbers	6.40	10.41	3.22	4.58
Guevara	4.11	6.65	2.47	3.55
Schettino	0.67	0.55	0.49	0.52

En las FIGURAS 4.5 y 4.6 se muestra la atenuación relativa del campo difractado, expresado en dB, para la incidencia de dos caras, para las polarizaciones TM y TE, respectivamente. En la TABLA 4.2 se muestra la media y la desviación estándar del error absoluto.

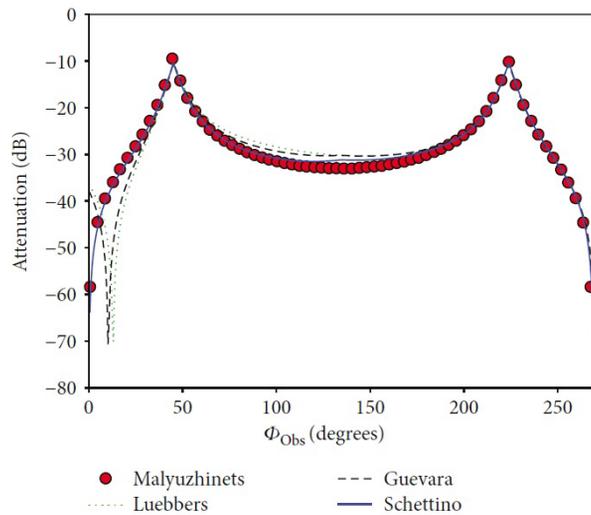


Figura 4.5. Atenuación del campo difractado para polarización TM alrededor de la cuña: incidencia de cara cero $\phi_i = \frac{3\pi}{4}$

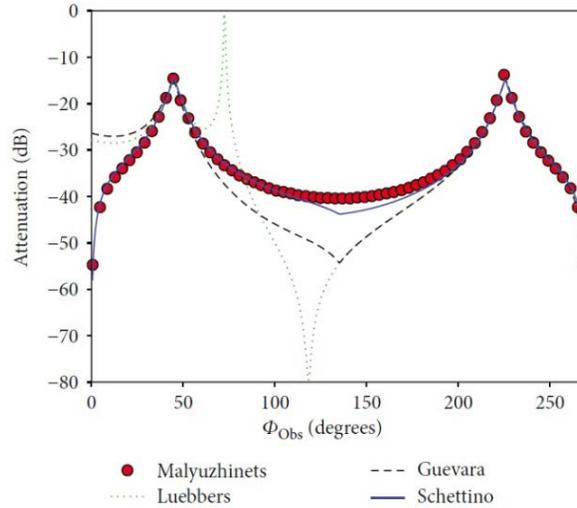


Figura 4.6. Atenuación del campo difractado para polarización TE alrededor de la cuña: incidencia de cara cero $\phi_i = \frac{3\pi}{4}$

Tabla 4.2. Estadística para la incidencia en ambas caras

Coeficientes UTD	Polarización media (dB)	TM DS (dB)	Polarización media (dB)	TM DS (dB)
Luebbers	2.85	4.88	6.62	8.16
Guevara	2.24	3.31	4.83	4.91
Schettino	0.69	0.57	0.97	0.87

En las FIGURAS 4.7 y 4.8 se muestra la atenuación relativa del campo difractado, expresada en dB, para la incidencia de cara n , para las polarizaciones TM y TE, respectivamente. El ángulo de incidencia de la onda plana representa el caso de reciprocidad para la incidencia de cara cero. En la TABLA 4.3 se muestra la media y la desviación estándar del error absoluto.

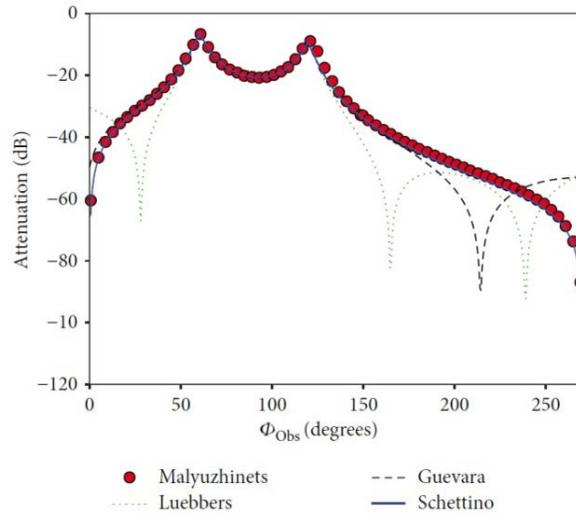


Figura 4.7. Atenuación del campo difractado para polarización TM alrededor de la cuña: incidencia de cara n $\phi_i = \frac{4\pi}{3}$

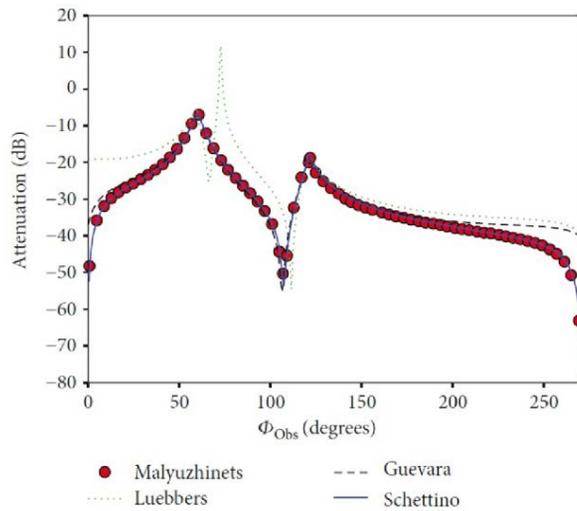


Figura 4.8. Atenuación del campo difractado para polarización TE alrededor de la cuña: incidencia de cara n $\phi_i = \frac{4\pi}{3}$

Tabla 4.3. Estadística para la incidencia en cara n

Coeficientes UTD	Polarización media (dB)	TM DS (dB)	Polarización media (dB)	TM DS (dB)
Luebbers	7.64	8.41	6.53	5.40
Guevara	4.39	6.81	2.45	3.58
Schettino	0.87	0.82	0.48	0.52

El análisis canónico de difracción en cuña conductora imperfecta sugiere que los tres conjuntos de coeficientes producen resultados similares, pero los coeficientes de Schettino son más precisos; los coeficientes de Luebbers no consideran la reciprocidad, mientras que los coeficientes de Schettino y de Guevara si lo hacen; los coeficientes de Guevara implican menos complejidad en el cómputo, por lo que son de gran utilidad para el análisis en escenarios complejos.

CAPÍTULO 5

MODELO DE PROPAGACIÓN DE RAYOS

El texto de este capítulo corresponde a una adaptación del artículo “Calibración basada en medidas para modelos de trazado de rayos en 3D para ambientes exteriores urbanos andinos” [100], publicado originalmente por Andrés Navarro Cadavid, coautor de este libro, junto con Dinael Guevara y María Victoria Africano, ambos de la Universidad Francisco de Paula Santander (Cúcuta, Colombia), en el volumen 10 (edición 21) de la revista *Sistemas & Telemática* (doi:10.18046/syt.v10i21.1195).

5.1. Introducción

En óptica geométrica, para modelar la propagación de una señal radio se asume que la energía puede ser radiada a través de delgados tubos infinitesimales llamados “rayos”; estos rayos son perpendiculares al frente de onda de la radiación y viajan en línea recta, siempre que el índice de refracción del medio permanezca constante.

El fundamento del modelado de propagación mediante rayos está basado en dos principios: el de Fermat y el del campo local [68]. El principio de Fermat establece que un rayo sigue el camino más corto desde la fuente hasta el punto campo, mientras que el principio del campo local establece que los rayos que impactan una superficie experimentan reflexión, refracción y difracción y, para altas frecuencias, esto solo depende de las propiedades eléctricas y geométricas de los dispersores.

En un modelo de rayos, a cada rayo se le asocia un campo eléctrico complejo y vectorial de amplitud E_i , el cual se calcula teniendo en cuenta: el campo emitido en el transmisor, las pérdidas en el espacio libre, y las reflexiones y las difracciones experimentadas por el rayo. Las pérdidas en el espacio libre se obtienen con la ecuación de Friss y las reflexiones se calculan aplicando los coeficientes de reflexión de Fresnel, mientras que para difracciones el vector campo es multiplicado por los coeficientes de difracción pertinentes obtenidos de la teoría uniforme de difracción. Para el modelado basado en rayo óptico, generalmente se considera que las ondas de radio en exteriores se propagan a través de reflexiones desde paredes verticales y calles; de difracciones desde los bordes verticales y horizontales de edificios; y de todas las posibles combinaciones de estas [69].

5.2. Campo eléctrico

Si la antena se aproxima a una fuente puntual, el campo eléctrico irradiado en función de las coordenadas esféricas (r, θ, ϕ) se puede calcular a la distancia radial $r = R$ usando [70]

$$E(\theta, \phi) = \left(\frac{e^{-jkR}}{R} \right) \sqrt{\frac{P_0 G(\theta, \phi) \eta}{4\pi}} \quad (5.1)$$

donde: e^{-jkR} es la ecuación de la onda plana; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ es el número de onda; λ es la longitud de onda; P_0 es la potencia del transmisor; $G(\theta, \phi)$ es la ganancia de la antena en la dirección (θ, ϕ) ; y $\eta = 376.73$ es la impedancia del espacio libre.

5.3. Pérdidas en el espacio libre

Las pérdidas de camino en el espacio libre se obtienen con la ecuación de Friss [71], ella expresa la relación entre la potencia efectiva transmitida y la potencia recibida, y puede no incluir el efecto de las ganancias de antena. Las pérdidas de camino para el modelo del espacio libre, cuando las ganancias de las antenas son incluidas, está dada por

$$\frac{P_r}{P_t} = G_r G_t \left(\frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 \quad (5.2)$$

donde: P_t es la potencia transmitida; P_r es la potencia recibida –la cual es función de la separación entre el transmisor y el receptor; G_t es la ganancia de la antena transmisora; G_r es la ganancia de la antena receptora; R es la distancia de separación entre el transmisor y el receptor, expresada en metros; y λ es la longitud de onda de la señal, expresada en metros.

5.4. Coeficientes de reflexión de Fresnel

Cuando un rayo incide en un plano con superficie lisa, como se muestra en la FIGURA 5.1, el campo reflejado $\vec{E}_r(P)$, en la posición P , se determina mediante el campo incidente en la posición P , utilizando la matriz de reflexión de Fresnel esto es [72]

$$\begin{bmatrix} E_r^\perp & E_r^\parallel \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s^\perp & 0 & 0 & R_s^\parallel \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_i^\perp & E_i^\parallel \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

donde R_s es el coeficiente de reflexión de la onda plana para una superficie lisa: R_s^\perp , para polarización con incidencia perpendicular; y R_s^\parallel , para polarización con incidencia paralela.

Para una onda plana incidente sobre una superficie lisa, el coeficiente de reflexión R_s viene dado por [63]:

$$R_s^\perp = \frac{\text{sen}\psi - \sqrt{\hat{\epsilon}_r - \cos^2\psi}}{\text{sen}\psi + \sqrt{\hat{\epsilon}_r - \cos^2\psi}} \quad (5.4)$$

y

$$R_s^\parallel = \frac{\hat{\epsilon}_r \text{sen}\psi - \sqrt{\hat{\epsilon}_r - \cos^2\psi}}{\hat{\epsilon}_r \text{sen}\psi + \sqrt{\hat{\epsilon}_r - \cos^2\psi}} \quad (5.5)$$

Las expresiones (5.4) y (5.5) corresponden a polarizaciones perpendicular y paralela al plano de incidencia, respectivamente. Aquí: ψ es el ángulo de incidencia respecto de la normal a la superficie lisa (FIGURA 5.1); ϵ_r representa la permitividad relativa compleja dada por $\hat{\epsilon}_r = \epsilon_r - j(\sigma/\omega\epsilon_0)$; y σ es la conductividad expresada en Siemens por metro (S/m).

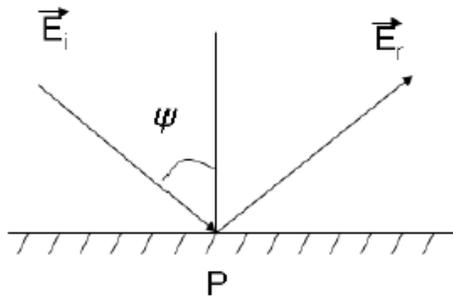


Figura 5.1. Incidencia del campo en una superficie lisa

Para tener en cuenta la imperfección en la reflexión causada por la rugosidad de los objetos, se usa el factor de rugosidad para modificar los

coeficientes de reflexión de Fresnel. El coeficiente de reflexión modificado $R_g^{\perp,\parallel}$, para modelar las reflexiones, se define en [73] y viene dado por

$$R_g^{\perp,\parallel} = \delta_s R_s^{\perp,\parallel} \quad (5.6)$$

para polarizaciones perpendicular y paralela al plano de incidencia, respectivamente. Aquí, δ_s es el factor de rugosidad de la superficie definido por

$$(\delta_s)^2 = e^{-2(\Delta\phi)} \quad (5.7)$$

con

$$\Delta\phi = \left(\frac{4\pi\Delta h}{\lambda}\right) \text{sen}\psi \quad (5.8)$$

donde: Δh es la desviación estándar de la distribución normal de rugosidad de la superficie; ψ es el ángulo de incidencia sobre la superficie; λ es la longitud de onda; y $\Delta\phi$ es el desfase entre los caminos reflejados (corto y largo).

5.5. Polarización en reflexiones

El campo eléctrico es ortogonal a la dirección del rayo (onda en el espacio libre) y está descrito por un espacio de polarización en dos dimensiones: polarización perpendicular y paralela [72]. En un sistema de coordenadas de rayo-fijo que cambia de dirección después de la reflexión

$$\vec{E}_i = \vec{a}_{\parallel}^i E_{i\parallel} + \vec{a}_{\perp}^i E_{i\perp} \quad (5.9)$$

donde \vec{a}_{\parallel}^i y \vec{a}_{\perp}^i son vectores unitarios, en el plano de incidencia y perpendicular al plano de incidencia, respectivamente. Se calculan \vec{a}_{\perp}^i y \vec{a}_{\parallel}^i , a partir del vector normal al plano, \vec{n} , en el punto de incidencia de reflexión y el vector unitario \vec{s}_i del rayo incidente, esto es

$$\vec{a}_{\perp}^i = \frac{\vec{s}_i \times \vec{n}}{|\vec{s}_i \times \vec{n}|} \quad (5.10)$$

y

$$\vec{a}_{\parallel}^i = \vec{a}_{\perp}^i \times \vec{s}_i \quad (5.11)$$

Después de la reflexión, se calcula la salida de los vectores de polarización del rayo-fijo usando la salida del rayo \vec{s}_r ,

$$\vec{a}_{\perp}^r = \vec{a}_{\perp}^i \quad \text{y} \quad \vec{a}_{\parallel}^r = \vec{a}_{\perp}^r \times \vec{s}_i \quad (5.12)$$

Así, se puede expresar la relación del campo incidente con el campo reflejado como una expresión diádica para el sistema de coordenadas del rayo-fijo,

$$[E_{r\parallel} \ E_{r\perp}] = [1 \ 0 \ 0 \ -1][E_{i\parallel} \ E_{i\perp}] \quad (5.13)$$

donde, $E_{r\parallel}$ y $E_{r\perp}$ son las componentes del campo reflejado.

5.6. Teoría uniforme de la difracción

En la teoría geométrica de la difracción, el campo eléctrico en un punto en el caso 2D (ver FIGURA 5.2) viene dado por (5.14), expresión equivalente a (4.2).

$$E_{GTD} = E_0 \frac{e^{-jks'}}{s'} D \sqrt{\frac{s'}{s(s'+s)}} e^{-jks} \quad (5.14)$$

donde: E_0 es la fuente de amplitud relativa; D es el coeficiente de difracción dependiente de la polarización del campo incidente sobre el borde (perpendicular o paralelo al plano de incidencia); s representa la distancia entre el borde y el punto campo; s' representa la distancia entre la fuente y el borde; y k es el número de onda. Esto aplica para las condiciones $d_1, d_2 \gg u$ y $d_1, d_2 \gg \lambda$.

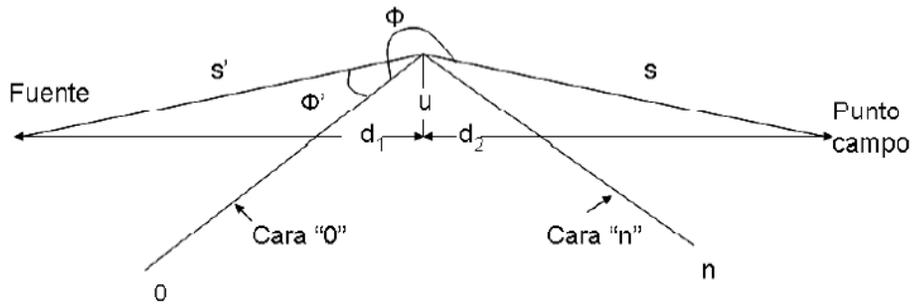


Figura 5.2. Geometría y coordenadas para aplicar difracción en bordes

Las difracciones se describen mediante la teoría uniforme de la difracción y los correspondientes coeficientes heurísticos para difracción en bordes [74]. Para aumentar la precisión, especialmente para múltiples difracciones, se utiliza la teoría uniforme de la difracción modificada para inclinaciones, y sus respectivos coeficientes de difracción [63], esto es

$$\begin{aligned}
 D = \frac{-e^{-j\frac{\pi}{4}}}{2n\sqrt{2\pi k}} G_0 & \left[\cot\left(\frac{\pi - (\zeta^-)}{2n}\right) F[kLg^+(\zeta^-)] \right. \\
 & \left. + R_0 \cot\left(\frac{\pi - (\zeta^+)}{2n}\right) F[kLg^-(\zeta^+)] \right] \\
 & + \frac{-e^{-j\frac{\pi}{4}}}{2n\sqrt{2\pi k}} G_n \left[\cot\left(\frac{\pi + (\zeta^-)}{2n}\right) F[kLg^+(\zeta^-)] \right. \\
 & \left. + R_n \cot\left(\frac{\pi + (\zeta^+)}{2n}\right) F[kLg^-(\zeta^+)] \right]
 \end{aligned} \tag{5.15}$$

donde $F(x)$ es la función de transición de Fresnel dada por

$$F(x) = 2j\sqrt{x}e^{jx} \int_{\sqrt{x}}^{\infty} e^{-j\tau^2} d\tau \tag{5.16}$$

además,

$$g^{\pm}(\zeta) = 2\cos^2\left(\frac{2n\pi(N^{\pm}) - \zeta^{\pm}}{2}\right), \quad \zeta^{\pm} = \phi \pm \phi' \tag{5.17}$$

donde, ϕ' y ϕ son los ángulos de incidencia y de difracción, respectivamente; $n\pi$ es el ángulo exterior del borde; y N^{\pm} son los enteros más cercanos que satisfacen,

$$N^{\pm} = \frac{\pm\pi + \zeta^{\pm}}{2n\pi} \tag{5.18}$$

Para calcular la función de transición de Fresnel, se utiliza una expresión asintótica (para argumentos grandes y pequeños) dada por [75],

$$F(x) \approx \left(\sqrt{\pi x} - 2xe^{j\frac{\pi}{4}} - \frac{2}{3}x^2e^{-j\frac{\pi}{4}} \right), \quad \text{para } x < 0.3 \quad (5.19)$$

$$F(x) \approx 1 + j\frac{1}{2x} - \frac{3}{4x^2} - j\frac{15}{8x^3} + \frac{75}{16x^4}, \quad \text{para } x > 5.5 \quad (5.20)$$

Se utiliza una interpolación para calcular esta función y hallar los argumentos intermedios. Además, en la integral de Fresnel,

$$L = \frac{ss'}{s + s'} \quad (5.21)$$

Por otra parte, en (5.15), R_0 y R_n son los coeficientes de reflexión de la onda plana –para las polarizaciones perpendicular o paralela–, con reflexión especular desde una superficie rugosa, dados por (5.6): para la cara 0 , con ángulo de incidencia ϕ' ; y para la cara n , con ángulo de reflexión $n\pi - \phi$. Finalmente, el factor G , para considerar múltiples difracciones e inclinación viene dado por

$$G_0 = \left\{ \frac{1}{1 + R_0}, \phi' = 0 \quad 1 + R_0 > 0 \quad \frac{1}{2} \phi' = n\pi \quad 1 \text{ de otro modo} \right. \quad (5.22)$$

$$G_n = \left\{ \frac{1}{1 + R_0}, \phi' = n\pi \quad 1 + R_0 > 0 \quad \frac{1}{2} \phi' = 0 \quad 1 \text{ de otro modo} \right. \quad (5.23)$$

5.7. Polarización en difracción sobre borde

Keller extendió la idea de la reflexión a la difracción sobre el borde aplicando una generalización del principio de Fermat a los rayos [46]. La FIGURA 4.3 ilustra: los rayos en una difracción de borde, las direcciones

asociadas de polarización y el vector borde en el punto de difracción. Los rayos difractados salen en el mismo ángulo, igual sucede con los ángulos de los rayos reflejados. Los rayos difractados y reflejados viven en un cono con el vector de borde como su eje, y difunden la potencia incidente en dicho cono. La imagen muestra un rayo difractado en particular y cómo se determina el plano de salida de un rayo tal.

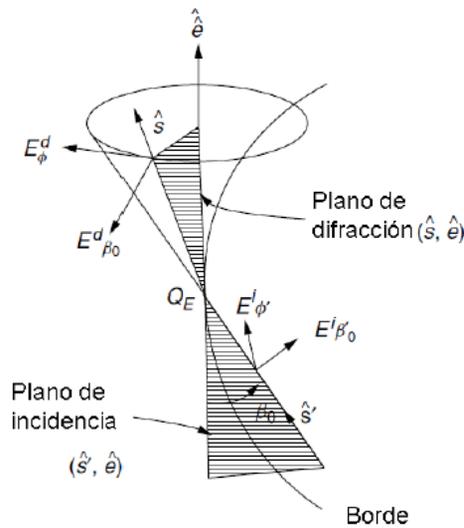


Figura 5.3. Planos de incidencia y difracción en la difracción sobre un borde

Se define la polarización del rayo difractado, en términos de los planos incidente y difractado, los vectores son paralelos y perpendiculares a los dos planos. Dado el vector unitario del borde \hat{e} , se calcula el vector incidente con polarización perpendicular mediante

$$\hat{a}_{\phi'} = \frac{\hat{e} \times \hat{s}'}{\text{sen}\beta_0} \quad (5.24)$$

donde: \hat{s}' es el rayo incidente; β_0 es el ángulo entre la tangente al borde; y el rayo incidente. El rayo difractado con polarización perpendicular se calcula de forma similar (5.25).

$$\hat{a}_\phi = -\frac{\hat{e} \times \hat{s}}{\text{sen}\beta_0} \quad (5.25)$$

donde \hat{s} es el vector unitario del rayo difractado. Para difracciones, se tienen las siguientes relaciones vectoriales:

$$\begin{aligned} |\hat{e} \times \hat{s}'| &= |\hat{e} \times \hat{s}| \\ \hat{e} \cdot \hat{s}' &= \hat{e} \cdot \hat{s} \end{aligned} \quad (5.26)$$

Los vectores de polarización paralela se determinan a lo largo de las coordenadas del rayo-fijo con los siguientes productos:

$$\begin{aligned} \hat{\beta}'_0 &= \hat{s}' \times \hat{a}_\phi' \\ \hat{\beta}_0 &= \hat{s} \times \hat{a}_\phi \end{aligned} \quad (5.27)$$

5.8. Matriz polarimétrica

La matriz de transmisión polarimétrica $\underline{T}_n(t)$ permite investigar la influencia de diferentes antenas y esquemas de transmisión, sin incrementar el costo computacional [76]. La matriz de transferencia polarimétrica (2x2) –debido a la asunción de campo lejano, dos polarizaciones ortogonales son suficientes para la caracterización dentro de un área local [77]–, incluye las pérdidas y la despolarización de todos los procesos físicos presentes (*i.e.*, atenuación, reflexión, difracción y dispersión), de cada componente multicamino, y se representa mediante

$$\underline{T}_n(t) = [T_{vv}(t) \ T_{vh}(t) \ T_{hv}(t) \ T_{hh}(t)] \quad (5.28)$$

donde v y h denotan las polarizaciones vertical y horizontal, respectivamente.

5.9. Técnicas de trazado de rayos

El trazado de rayos es una de las técnicas deterministas más ampliamente utilizada para estimar las pérdidas de propagación, debido a su gran precisión, comparada con técnicas empíricas o semideterministas. Sin embargo, los modelos de trazado de rayos tienen algunas limitantes asociadas a su misma naturaleza determinista: la primera está relacionada con la precisión de la cartografía utilizada, la segunda es la gran dificultad para caracterizar con precisión las propiedades electromagnéticas individuales de los elementos presentes en el entorno. Asimismo, la gran cantidad de materiales heterogéneos presentes conlleva a un aumento en la complejidad del procesamiento y al incremento de la base de datos de los atributos de los objetos del entorno.

Por lo anterior, algunos métodos convencionales de trazado de rayos asumen una sola clase de material para todos los edificios y calles [78], mientras otros asumen tres clases de materiales para las paredes de los edificios, los techos y las calles [79], sin embargo, los parámetros de los materiales continúan siendo valores aproximados para cada uno de los anteriores, debido a la dificultad para definirlos con precisión, especialmente cuando los materiales son mezclas heterogéneas de componentes desconocidos, para los que no se poseen valores medidos de parámetros electromagnéticos en todas las bandas de frecuencia [80].

Las estrategias propuestas para predicciones de propagación basadas en el trazado de rayos se pueden clasificar en dos grupos principales: técnicas basadas en el método de disparo y rebote de rayos (SBR, *Shooting and Bouncing Rays*) y técnicas basadas en el método de imagen. El método SBR ha sido tradicionalmente utilizado en problemas de dispersión, es un modelo de trazado de rayos hacia adelante en el que la simulación de la propagación se lleva a cabo desde la fuente, siguiendo los rayos en su camino, con lo que se modela el proceso real de radio propagación; el método de imagen se basa en la teoría de la imagen y provee una eficiente técnica para calcular las reflexiones de los rayos en ambientes modelados con superficies planas, los rayos reflejados en una superficie pueden considerarse como rayos irradiados directamente desde una fuente puntual virtual. El campo radiado por esta fuente imagen se obtiene de las características de la radiación de la fuente real y de las propiedades eléctricas de la superficie [81].

CAPÍTULO 6

PROPAGACIÓN EN ESCENARIOS EXTERIORES

El contenido de este capítulo proviene del artículo “Analysis of heuristic uniform theory of diffraction coefficients for electromagnetic scattering prediction” [99], originalmente publicado en inglés por los autores de este libro, junto con: Diego Tami, Cássio G. Rego y Fernando Moreira, del Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (Belo Horizonte, Brasil); Dinael Guevara, de la Universidad Francisco de Paula Santander (Cúcuta, Colombia); y Jordi Giménez del iTeam de la Universidad Politécnica de Valencia. La versión en inglés del artículo citado fue publicada en International Journal of Antennas and Propagation, vol. 2018, Article ID 3029152 (doi:10.1155/2018/3029152).

6.1. Introducción

Los escenarios reales son útiles para analizar tanto el comportamiento computacional de las implementaciones numéricas como su precisión en escenarios complejos no controlados, incluyendo no sólo difracción, sino también reflexiones y combinaciones de tales fenómenos. Ahora bien, el objetivo de la mayoría de las implementaciones de coeficientes de difracción usando modelos basados en rayos es el desarrollo de modelos deterministas en escenarios reales para la planificación de redes inalámbricas, se piensa que estos modelos pueden ser útiles para la planificación de redes 4G/5G, no solo por su mayor precisión para predecir las pérdidas de camino, sino también por su capacidad para predecir parámetros del canal.

A continuación, se presenta la implementación de los tres tipos de coeficientes heurísticos discutidos en el capítulo 4, en dos modelos de propagación deterministas, para hacer predicciones de propagación en tres escenarios urbanos reales: Ottawa (Canadá), Cali (Colombia) y Valencia (España).

6.2. Escenario 1: Ottawa

Este es un escenario urbano típico, zona céntrica de $0.6 \text{ km} \times 0.9 \text{ km}$, con una compleja arquitectura de edificios. El modelo de propagación es un modelo de trazado de rayos 3D en C++; el modelo 3D está basado en la teoría de imágenes y considera reflexiones desde las calles y las caras de los edificios y difracción en los bordes de las construcciones. No se consideran ni reflexiones ni difracciones en las cimas de los edificios [68].

La FIGURA 6.1 muestra las rutas de simulación y recolección de datos: línea azul para Bank Street; líneas rojas para Laurier Street, Slater Street y Queen Street. La señal de radio a 910 MHz es suministrada por un transmisor (Tx) a 8,5 m de altura, en la imagen: el punto azul para Bank St; el punto rojo para Laurier St., Slater St. y Queen St.

Las pérdidas de propagación se obtuvieron midiendo la potencia en las rutas seleccionadas; La antena del receptor móvil está fija en el techo del auto de prueba, a 3.65 m sobre el suelo; se recogieron 291 y 452 medidas a lo largo de las calles [69].



Figura 6.1. Centro de la ciudad de Ottawa (fuente: Google Earth)

La FIGURA 6.2 muestra un modelo 2D del centro de Ottawa. Las calles y edificios se modelaron utilizando polígonos planos. Para tener en cuenta los efectos de la difracción en la respuesta del canal, se modelaron los bordes del edificio como puntos en los vértices de cada polígono. El número de edificios en el modelo es 68 y se asume que: $\epsilon_r = 7$ y $\sigma = 0.2 (s/m)$ para las reflexiones y difracciones de edificios; y $\epsilon_r = 15$ y $\sigma = 0.05(s/m)$ para las reflexiones de las calles [82]. La FIGURA 6.1, por su parte, muestra las rutas de tareas en cada caso. Las medidas a lo largo de estas rutas se utilizaron para evaluar los modelos de propagación con coeficientes UTD heurísticos.

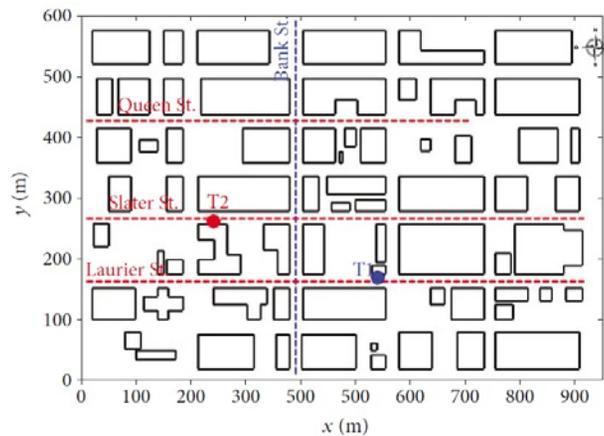


Figura 6.2. Modelo urbano 2D de Ottawa

6.3. Escenario 2: Cali

Esta es una micro célula urbana de 512 m x 512 m, con caminos bastante inclinados y una compleja arquitectura de edificios de varias alturas (ver FIGURA 6.3). La FIGURA 6.4 muestra el modelo urbano 3D para el escenario realista de Cali del Cost2100, con resolución de 1 m; se utilizó un modelo 3D para representar las calles, los techos y las paredes de los edificios; el número de edificios en el modelo es 400 [83], [84].



Figura 6.3. Centro de la ciudad de Cali (fuente: Google Earth)

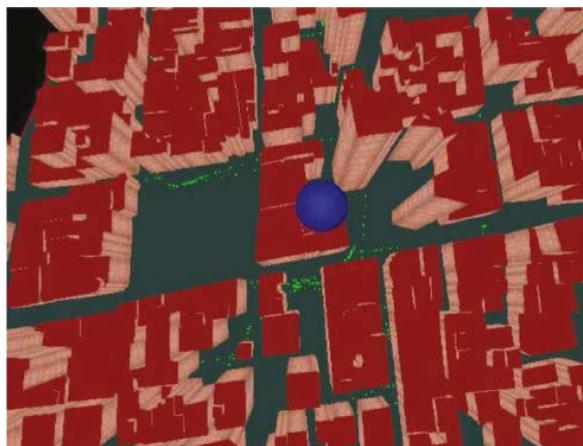


Figura 6.4. Modelo urbano 3D de la ciudad de Cali usando un motor de juegos

Capítulo 6. Propagación en escenarios exteriores

La campaña de recolección de datos involucró el registro de la potencia recibida en una ruta específica a nivel de la calle, alrededor del transmisor (ver esferas verdes en la FIGURA 6.4). La antena del transmisor produjo una señal a 900 MHz y se ubicó en la parte superior de un edificio a 16 m por encima de él (ver esfera azul en la FIGURA 6.4). El sistema receptor consistió en una antena móvil de bajo perfil, verticalmente polarizada, montada en el vehículo de prueba; la antena se colocó encima del techo del vehículo a 2,1 m sobre el nivel del suelo; se recogieron 258 medidas puntuales [85].

6.4. Escenario 3: Valencia

Esta es una macrocélula suburbana en el campus principal de la Universitat Politècnica de València (UPV). La FIGURA 6.5 muestra la ruta de simulación y recolección de datos (línea verde), esta es un área de 2 km × 2 km, con caminos ligeramente inclinados y una compleja arquitectura de edificios. Se produjo una señal de difusión de vídeo digital (DVB) a 496 MHz, por un transmisor (Tx) en la parte superior de un edificio en el campus a 24 m de altura (punto rojo en la FIGURA 6.5) [86].



Figura 6.5. Universitat Politècnica de València (fuente: Google Earth)

Los datos fueron obtenidos durante una campaña de recolección de datos en la que se midió la potencia recibida a nivel de la calle, dentro y fuera del campus, y alrededor del transmisor. El sistema receptor consistió en un

receptor profesional TeamCast, con un monopolo de cuarto de onda vertical, un GPS y software para recoger y almacenar los datos. Este sistema estaba en un automóvil de prueba con una antena receptora en la parte superior del vehículo; se recogieron 1.380 datos puntuales [68].

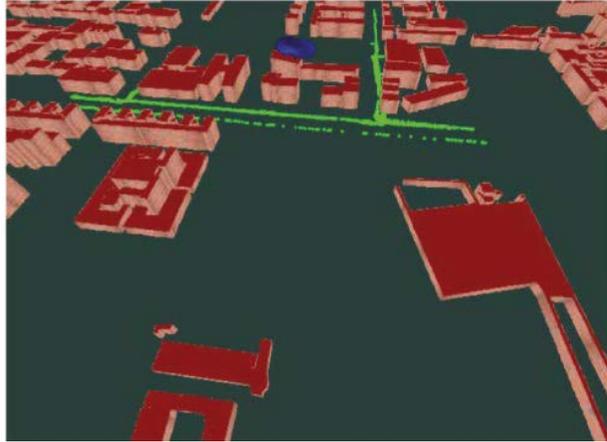


Figura 6.6. Localización de los puntos de recepción con LOS y NLOS (esferas verdes)

La FIGURA 6.6 muestra un modelo digital del terreno 3D (DTM) de Valencia; el DTM fue recreado usando el motor jMonkey (jME v2.0); se modelaron las calles, los techos y las paredes de los edificios usando geometrías espaciales. La FIGURA 6.6 muestra la ruta de recolección de datos, identificada por las esferas verdes, que representan los puntos de recepción en el medio de las calles.

Para los escenarios de Cali y Valencia, se utilizó un modelo de propagación basado en lanzamiento de rayos 3D por un algoritmo de “fuerza bruta”, también conocido como disparo y rebote de rayos (SBR). El escenario fue construido usando un modelo urbano 3D soportado en un motor jMonkey y una unidad de procesamiento gráfico (GPU) [87]. El número de interacciones, esto es reflexiones, difracciones y combinaciones, utilizado para modelar la propagación multitrayecto se limitó a cinco combinaciones en total. La experiencia ha mostrado que ese número de interacciones de onda (reflexión y difracción) es suficiente para obtener una buena exactitud respecto de las mediciones y la eficiencia adecuada en el tiempo de procesamiento [88]. La mayoría de los edificios y materiales de la

calle, en las dos ciudades, tiene los mismos parámetros constitutivos (*i.e.*, permitividad, permeabilidad y rugosidad). Específicamente, se asume ladrillos ($\epsilon_r = 7 - 0.3j$, $\mu_r = 1$), para todas las paredes del edificio; un primer tipo de concreto seco ($\epsilon_r = 5.3 - 0.25j$, $\mu_r = 1$), para todos los techos de edificios; y un segundo tipo de concreto seco ($\epsilon_r = 7 - 0.3j$, $\mu_r = 1$), para el pavimento de las calles [87].

6.5. Modelos de propagación

Se ha utilizado un modelo de trazado de rayos 3D soportado en C++ para el escenario de la zona urbana de Ottawa, modelo de propagación basado en la teoría de imágenes (*Images Theory*, IT). En principio, es más riguroso que el algoritmo de *fuerza bruta*, si se pueden determinar las formas de todos componentes de la trayectoria del rayo, incluidos los rayos difractados, sin redundancias.

La IT utiliza imágenes ópticas del transmisor y de los puntos de difracción y considera las superficies de obstáculos como reflectores. El entorno del escenario urbano está representado por un modelo aproximado: se modelan los obstáculos como polígonos con alturas finitas, colocados perpendicularmente sobre un terreno plano [89].

En la implementación del modelo, se utilizó un algoritmo de trazado de rayos, en el cual se consideran las componentes directas, reflejada, y difractada; los caminos de rayo se forman entonces, a partir de combinaciones entre esas componentes, con un número máximo de reflexiones ($NR = 5$), y de difracciones ($ND = 5$).

Inicialmente, un algoritmo 2D traza las trayectorias y los rayos 2D se convierten en 3D. Cada camino 2D entre Tx y Rx genera dos trayectorias 3D: una que se refleja una vez en el suelo, alcanzando Rx ; y otra que no lo hace. En el proceso, las reflexiones desde el suelo y las alturas finitas de los edificios se acomodan adecuadamente [89]. El hardware utilizado fue una computadora de escritorio con procesador Intel Core i5 a 3,46 GHz y 8 GB de RAM, equipada con una GPU básica.

Para los escenarios urbanos de Cali y Valencia se utilizó otro modelo de propagación, un modelo de lanzamiento de rayos 3D basado en un algoritmo de *fuerza bruta* para lanzamiento de rayos compatible con Java Monkey Engine (jME) v2.0. En la TABLA 6.1 se resumen los requisitos de

software y hardware para este modelo de propagación. Es importante tener en cuenta que algunos efectos físicos del lanzamiento de rayos se manejan en Open Dynamics Engine (ODE), una herramienta especializada para efectos como rebote y detección de colisiones, y otros efectos dinámicos. ODE también implementa el rayo físico que interopera con el trazador de rayos de jME.

Tabla 6.1. Requerimientos de software y hardware

Software	Sistema operativo	Windows 7 – 64 bits
	Lenguaje de programación	Java
	IDE	Eclipse
	Programación de aplicaciones	Open Graphics Library (Open GL)
	Interfaz nativa de Java vinculante	Lightweight Java Game library
	Motor gráfico	Java Monkey Engine (jME) v2.0
	Motor de física	Open Dynamics Engine (ODE)
	Interfaz jME a ODE	jME Physics 2
	Kit de herramientas GIS	Geo Tools
Hardware	Procesador	Intel® Xeon® 2x, 8-Core, 2.6 GHz
	11.25	16 GB
	11.73	NVIDIA Quadro 4000

El núcleo del lanzamiento de rayos es la prueba entre la interacción de un rayo y los límites del ambiente, se utilizó la capacidad computacional GPU para estimar la interacción del rayo con todos los límites de la base de datos computada; el motor ODE construye el modelo rebote, el cual evita aumentar el tiempo total de ejecución y memoria de la unidad central de proceso (CPU); la CPU se utiliza para calcular los parámetros del rayo lanzado o de la familia de nuevos rayos a su próximo objeto, y así sucesivamente, esta tarea exige más tiempo computacional en comparación con la de estimar la interacción del rayo; el motor jME se utiliza para construir el modelo 3D para implementar el proceso de lanzamiento de rayos y para visualizar los resultados. El modelo implementado de propagación soporta la difracción 3D completa.

El lanzamiento de rayos modela las ondas radio como rayos ópticos que siguen un camino recto desde el transmisor al receptor. Durante este proceso, la onda interactúa con las fronteras de cajas, que representan las

paredes, los techos y las calles; las fronteras de esferas, para el receptor; y las fronteras de cilindros, para los bordes de edificios. Con el fin de modelar los fenómenos de reflexión en las paredes, los techos y las calles, se aplicó el factor de rugosidad para calcular los coeficientes de reflexión. Para modelar difracciones en las esquinas y aristas de los edificios, se aplicó UTD y los tres conjuntos de coeficientes heurísticos. A través de este proceso, se obtienen todos los posibles componentes del multitrayecto entre el transmisor y el receptor. Una vez que se ha obtenido el trazado multitrayecto para cada par $Tx-Rx$, se puede conocer el parámetro de atenuación de onda, la polarización, el cambio de fase, el retraso, el ángulo de llegada y el ángulo de salida; por lo tanto, se obtiene un árbol de visibilidad para todos los componentes multitrayecto relevantes.

Para computar los rayos difractados, se utiliza un algoritmo de disparo y rebote de rayos con una separación angular media $\alpha_d \approx 0.135^0$ entre rayos vecinos en el espacio 3D. Cuando un rayo golpea un borde, el programa modela el fenómeno de difracción y produce una fuente de nuevos rayos determinados por un cono de difracción y una resolución angular α_d , para la primera difracción, y $2\alpha_d$, para la segunda. En el siguiente paso, cada rayo difractado puede golpear polígonos planos, esferas de recepción o cilindros de borde, determinando los valores para los ángulos ϕ_i y ϕ_d . Después se verifican las definiciones angulares utilizadas de acuerdo con las formulaciones dadas para los coeficientes de Luebbers, Schettino y Guevara. Finalmente, la UTD se aplica asintóticamente para evaluar el campo electromagnético asociado a cada componente de multitrayecto para cada coeficiente heurístico.

6.6. Análisis de predicciones basadas en modelos de propagación deterministas

En trabajos anteriores se ha demostrado que los coeficientes de Luebbers, Schettino y Guevara se pueden usar para estimar con precisión las pérdidas de trayectoria en entornos exteriores reales [68], [83], [86] y [89]. Estos trabajos fueron orientados a la evaluación de las herramientas implementadas en escenarios reales, contra los resultados de mediciones. Por lo tanto, el objetivo de esta sección es evaluar la reciprocidad y precisión de estos tres coeficientes UTD heurísticos, para caracterizar la dispersión electromagnética en escenarios urbanos realistas y compararla con los resultados obtenidos para los escenarios canónicos en el capítulo anterior.

El primer escenario simulado es Ottawa. Los resultados para las rutas Bank St., Laurier St., Slater St. y Queen St., se muestran en las FIGURAS 6.7 a 6.10, respectivamente. En ellas se puede observar que: Slater St. es principalmente un escenario de LOS; mientras que Bank St., Laurier St. y Queen St., son principalmente escenarios NLOS, con alta influencia de las difracciones. La TABLA 6.2 resume el error absoluto medio (MAE) y la desviación estándar del error absoluto (SD) para cada ruta de Ottawa.

Tabla 6.2. Estadística de las pérdidas de camino para la ciudad de Ottawa

Coeficientes UTD	Bank Street		Laurier Street		Slater Street		Queen Street	
	MAE (dB)	SD (dB)	MAE (dB)	SD (dB)	MAE (dB)	SD (dB)	MAE (dB)	St. SD (dB)
Luebbers	7.41	5.77	9.94	6.09	7.00	5.92	5.55	4.51
Guevara	8.27	6.35	9.51	5.19	6.98	5.55	5.23	4.46
Schettino	8.33	6.20	9.48	5.17	6.99	5.54	5.18	4.43

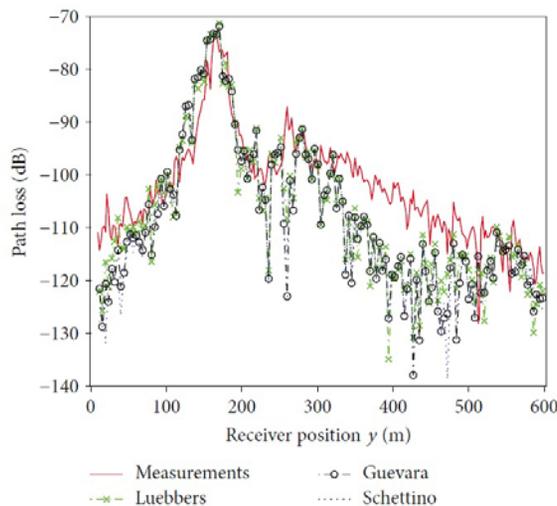


Figura 6.7. Comparación de pérdidas de camino entre los modelos basados en coeficientes UTD heurísticos y los datos medidos (línea roja) para Bank Street.

Capítulo 6. Propagación en escenarios exteriores

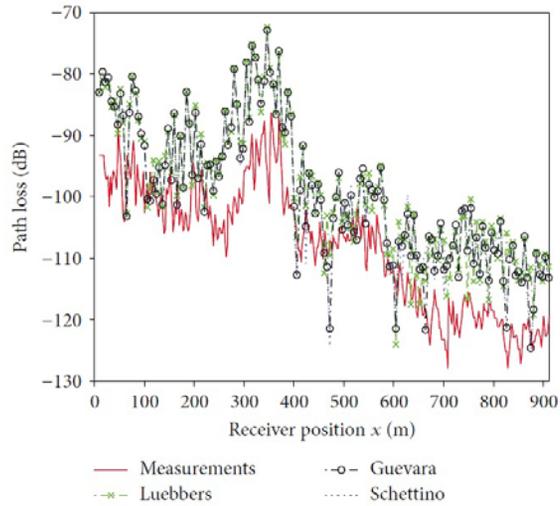


Figura 6.8. Comparación de pérdidas de camino entre los modelos basados en coeficientes UTD heurísticos y los datos medidos (línea roja) para Laurier Street

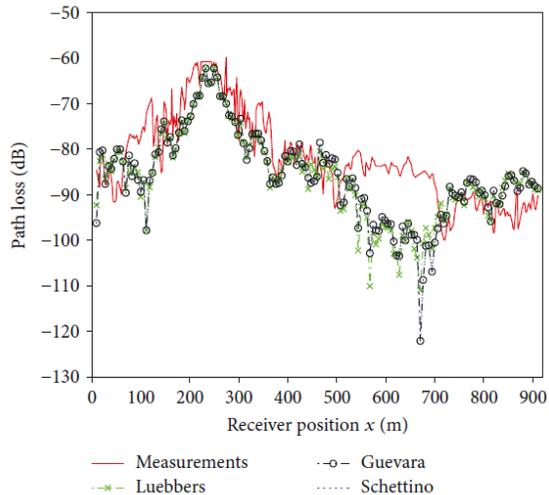


Figura 6.9. Comparación de pérdidas de camino entre los modelos basados en coeficientes UTD heurísticos y los datos medidos (línea roja) para Slater Street

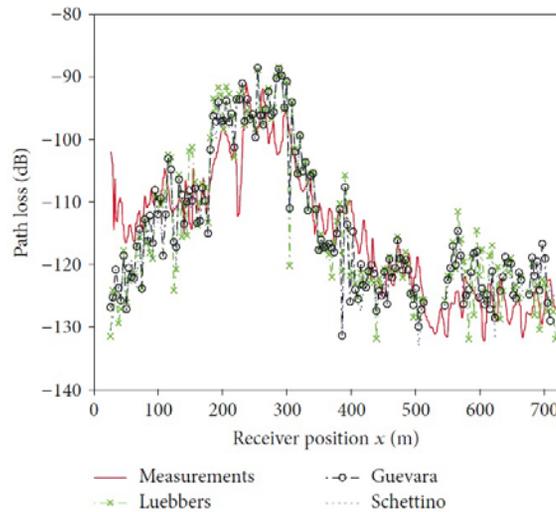


Figura 6.10. Comparación de pérdidas de camino entre los modelos basados en coeficientes UTD heurísticos y los datos medidos (línea roja) para Queen Street

El análisis estadístico muestra que, para las cuatro rutas, los tres coeficientes producen resultados similares, aunque para Laurier St., Slater St. y Queen St., los coeficientes de Guevara y de Schettino producen resultados ligeramente mejores, pero sin relevancia estadística.

Los resultados para Cali se muestran en la FIGURA 6.11 y en la TABLA 6.3 se listan la media y la desviación estándar del error absoluto para sus predicciones. En este escenario, los coeficientes de Luebbers muestran ligeramente mejores resultados, aunque la diferencia con las otras formulaciones heurísticas es pequeña.

Tabla 6.3. Estadística de las pérdidas de camino para la ciudad de Cali

Coefficientes	EMA	DS
UTD	(dB)	(dB)
Luebbers	8.76	5.75
Guevara	11.25	5.36
Schettino	11.73	5.36

Capítulo 6. Propagación en escenarios exteriores

En la FIGURA 6.11 se puede apreciar que los coeficientes de Guevara y Schettino tienen un comportamiento muy similar, que difiere del comportamiento de Luebbers, debido a la condición de reciprocidad incluida por Guevara.

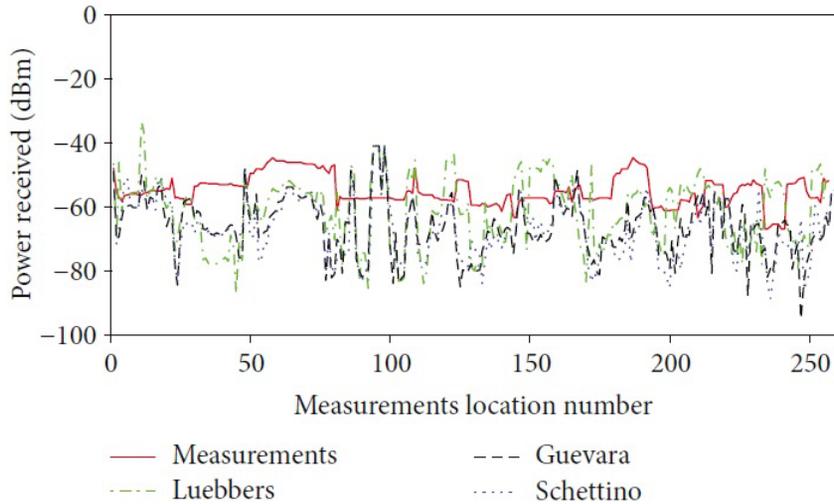


Figura 6.11. Comparación de datos de potencia modelados mediante coeficientes UTD heurísticos y medidas para la ciudad de Cali

Para el escenario de Valencia, los resultados del conjunto de coeficientes se muestran en la FIGURA 6.12, mientras que en la TABLA 6.4 se lista la media y la desviación estándar del error absoluto para sus predicciones.

Tabla 6.4. Estadística de las pérdidas de camino para la ciudad de Valencia

Coefficientes UTD	EMA (dB)	DS (dB)
Luebbers	5.51	7.96
Guevara	4.79	5.95
Schettino	5.08	6.02

En este escenario, los coeficientes de Guevara tienen el error absoluto medio y la desviación estándar más pequeños, sin embargo, las diferencias con los coeficientes de Schettino son pequeñas; en contraste, la diferencia con los coeficientes de Luebbers es un poco mayor ($SD > 2dB$). En la FIGURA 6.12 es posible observar como el comportamiento de las implementaciones de Guevara y Schettino son similares y difieren de la de Luebbers.

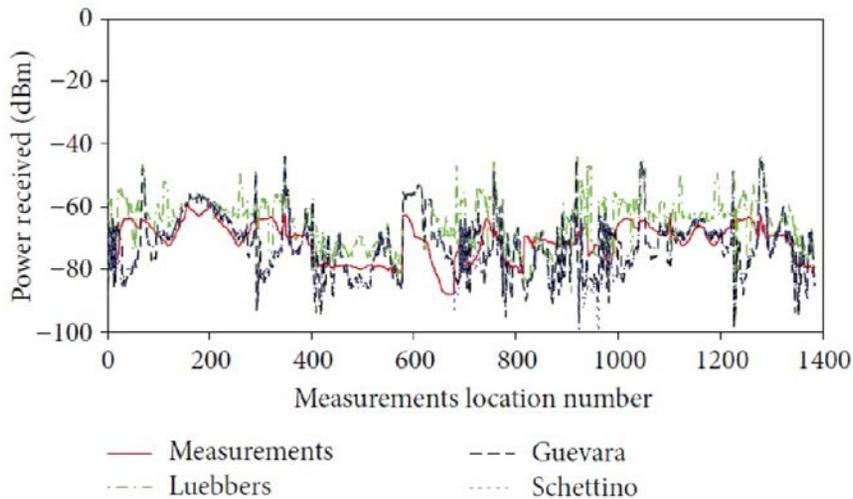


Figura 6.12. Comparación entre trazado de rayos usando coeficientes UTD heurísticos y datos medidos para la ciudad de Valencia

El acuerdo entre las predicciones para las pérdidas de camino es más notable en el caso de Ottawa, donde se aplicó un modelo de propagación de trazado de rayos 3D basado en la teoría de la imagen, y fue menor para Cali y Valencia, donde se aplicó un modelo de propagación de trazado de rayos basado en un algoritmo de *fuerza bruta*, incluyendo difracciones sobre los tejados. En escenarios reales, las diferencias en los resultados entre las tres diferentes implementaciones son pequeñas y posiblemente las diferencias importantes están en el tiempo computacional.

Los resultados sugieren que es mejor usar los coeficientes de Guevara para predecir las pérdidas de camino en ambientes exteriores porque es una solución más práctica de implementar en todas las situaciones en relación con las posiciones de incidencia y difracción, y por lo tanto mejora la

Capítulo 6. Propagación en escenarios exteriores

aplicabilidad y eficiencia en las simulaciones computacionales. Todos los estudios indican la utilidad y aplicabilidad de los coeficientes de Guevara para las predicciones de canal radio en escenarios urbanos complejos.

CAPÍTULO 7

PROPAGACIÓN TROPOSFÉRICA

7.1. Introducción

La propagación de ondas radio sobre la superficie de la tierra es de crucial importancia para el diseño y modelado de sistemas de comunicaciones fiables, sin embargo, obtener modelos para predecir la propagación de ondas radio troposféricas es uno de los problemas de propagación más difíciles, ya que no se ha encontrado una solución analítica que evaluada numéricamente reproduzca el comportamiento de una onda observable, tampoco una solución numérica tridimensional que sea aplicable en una forma general a todas las situaciones.

En las investigaciones llevadas a cabo, se han desarrollado enfoques analíticos, enfoques numéricos y enfoques y técnicas híbridas [90],[91]. Los enfoques analíticos consideran geometrías idealizadas, problemas canónicos y condiciones restringidas para formular fácil y rápidamente soluciones computables; mientras que las soluciones numéricas permiten geometrías más generales y condiciones menos restringidas, que producen soluciones complejas con un alto costo computacional; los enfoques híbridos son técnicas que combinan enfoques analíticos y numéricos, para aumentar el rango de aplicabilidad de los enfoques numéricos y la precisión de los enfoques analíticos.

Dentro de los enfoques analíticos tenemos las técnicas de alta frecuencia, es decir, la óptica geométrica y sus extensiones, la teoría geométrica de la difracción y la teoría uniforme de la difracción; por su parte, los enfoques numéricos se basan en la discretización de las ecuaciones de Maxwell (forma integral o forma diferencial) y la aproximación de la solución por un subespacio de dimensión finita. En particular la ecuación parabólica es una aproximación de la ecuación de onda, la cual modela la propagación de energía a través de un cono con eje a lo largo de una dirección preferida, la dirección paraxial [92].

Los modelos de propagación basados en el método de la ecuación parabólica han sido utilizados en la banda UHF (*Ultra High Frequency*), con resultados que están en buen acuerdo con las predicciones obtenidas a través de la teoría uniforme de la difracción [93]. En un trabajo anterior [94], se presentaron los resultados para las estimaciones de pérdidas de camino en servicios de DVB (*Digital Video Broadcasting*) para terminales móviles, utilizando técnicas de trazado de rayos que mostraron buen acuerdo con las medidas. En ese orden de ideas, en este capítulo se comparan las predicciones de propagación de dos modelos en la banda UHF: uno basado

en el método de la ecuación parabólica y el otro basado en el método de trazado de rayos, específicamente en la banda de 590 a 600 MHz, con el fin de explorar posibles enfoques híbridos basados en el trazado de rayos y la ecuación parabólica. En ambos modelos se simuló un entorno de espacio libre y atmósfera estándar, solo para analizar el comportamiento físico y los resultados de las implementaciones numéricas.

7.2. Formulación del problema

Vamos a resolver la ecuación de onda para polarización horizontal en un dominio donde el índice de refracción $n(x, z)$ tiene variaciones suaves, asumiendo que las condiciones de contorno adecuadas se pueden definir en los límites del dominio. El límite inferior es la interfaz aire/tierra y el límite superior se extiende hasta el infinito. Estamos interesados en resolver el problema de la propagación de energía a lo largo de un pequeño ángulo, desde la dirección paraxial x (FIGURA 7.1).

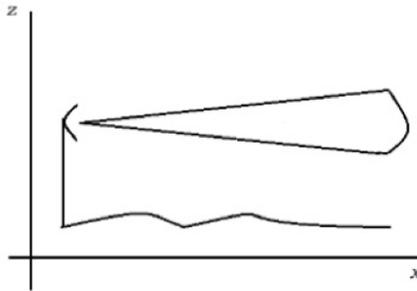


Figura 7.1. Propagación paraxial en la troposfera

En estas condiciones, si el medio de propagación es homogéneo, las componentes del campo satisfacen la ecuación de onda escalar bidimensional (7.1).

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + k^2 n^2 \psi = 0 \quad (7.1)$$

donde k es el número de onda en el medio de propagación.

7.3. Modelo basado en la ecuación parabólica

La ecuación parabólica es un ejemplo de método de onda completa que trata de resolver numéricamente la ecuación de onda de forma directa, sujeta a un número de suposiciones y simplificaciones. La ecuación de onda con variaciones de tiempo sinusoidales en un medio sin pérdida, bajo la condición de polarización horizontal, dada por (7.1). Aquí introducimos una función reducida $u(x, z)$ asociada con la componente del campo en la dirección paraxial de propagación x , tal que

$$\psi(x, z) = u(x, z)e^{-jkx} \quad (7.2)$$

Esta función varía lentamente para el rango de energía radiante que corresponde a ángulos cercanos a la dirección paraxial, lo que le da propiedades numéricas convenientes. Al llevar la función (7.1) a (7.2) se obtiene (7.3).

$$\frac{\partial^2 u(x, z)}{\partial x^2} - 2jk \frac{\partial u(x, z)}{\partial x} + \frac{\partial^2 u(x, z)}{\partial z^2} + k^2 [n^2(x, z) - 1]u(x, z) = 0 \quad (7.3)$$

Esta ecuación puede ser formalmente factorizada como

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} + jk(1 - Q) \right] \left[\frac{\partial}{\partial x} + jk(1 + Q) \right] u(x, z) = 0 \quad (7.4)$$

donde Q es el operador pseudodiferencial dado por

$$Q = \sqrt{\frac{1}{k^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + n^2(x, z)} \quad (7.5)$$

Capítulo 7. Propagación troposférica

La ecuación de onda es entonces dividida en dos términos, que permiten encontrar funciones que satisfagan una de las ecuaciones pseudodiferenciales siguientes:

$$\frac{\partial}{\partial x} u_+ = -jk(1 - Q)u_+ \quad (7.6)$$

o

$$\frac{\partial}{\partial x} u_- = -jk(1 + Q)u_- \quad (7.7)$$

las cuales corresponden, respectivamente, a ondas propagándose hacia adelante (u_+) y hacia atrás (u_-).

Ahora para obtener la solución de (7.1), (7.6) y (7.7) deben resolverse simultáneamente en el sistema acoplado

$$\{u = u_+ + u_- \quad \frac{\partial}{\partial x} u_+ = -jk(1 - Q)u_+ \quad \frac{\partial}{\partial x} u_- = -jk(1 + Q)u_- \quad (7.8)$$

La solución de cada término del sistema separadamente es una aproximación paraxial. Tomaremos la aproximación paraxial de la ecuación parabólica hacia adelante (7.6). De hecho, definiendo

$$Z = Q^2 - 1 \quad (7.9)$$

se puede expresar la ecuación parabólica (7.6) en la forma

$$\frac{\partial}{\partial x} u(x, z) = -jk(1 - \sqrt{1 + Z})u(x, z) \quad (7.6)$$

y haciendo

$$\sqrt{1 + Z} \approx 1 + \frac{Z}{2} \quad (7.7)$$

en la ecuación (7.6) se obtiene

$$\frac{\partial^2 u(x, z)}{\partial z^2} - 2jk \frac{\partial u(x, z)}{\partial x} + k^2 [n^2(x, z) - 1] u(x, z) = 0 \quad (7.8)$$

la cual se conoce como ecuación parabólica estándar (SPE, *Standard Parabolic Equation*) [95]. Ahora, se introduce F , la transformada de Fourier de la función $U(x, z)$ suficientemente bien comportada con respecto a la altura. Poniendo $U = Fu$, se tiene

$$F[u(x, z)] = U(x, p) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(x, z) e^{-j p z} dz \quad (7.9)$$

La transformada de Fourier inversa F^{-1} viene dada por

$$F^{-1}[U(x, p)] = u(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} U(x, p) e^{j p z} dp \quad (7.10)$$

La transformada de Fourier inversa, dada por (7.10), puede verse como la descomposición del campo $U(x, z)$ sobre la vertical en un espectro angular $U(x, p)$ de ondas planas dependientes de la variable espectral p .

Cuando la transformada de Fourier se aplica a (7.8), se obtiene

$$-2jk \frac{\partial U(x, p)}{\partial x} + [k^2(n^2 - 1) - p^2]U(x, p) = 0 \quad (7.11)$$

cuya solución en forma cerrada es

$$U(x, p) = e^{jp^2x/2k} \cdot e^{-jk(n^2-1)x/2} \quad (7.12)$$

y para la cual

$$U(x + \Delta x, p) = e^{jp^2(x+\Delta x)/2k} \cdot e^{-jk(n^2-1)(x+\Delta x)/2} \quad (7.13)$$

Ahora, se aplica la transformada inversa de Fourier a esta última ecuación para obtener el modelo de predicción de propagación

$$u(x + \Delta x, z) = e^{-jk(n^2-1)\Delta x/2} \cdot F^{-1}(e^{jp^2\Delta x/2k} F[u(x, z)]) \quad (7.14)$$

7.4. Modelo basado en trazado de rayos

El método de trazado de rayos se basa en la óptica geométrica y sus extensiones y es, por tanto, una técnica intrínsecamente de alta frecuencia. El requerimiento esencial, para que el método de propagación sea válido, es que el más pequeño de los elementos del terreno o entorno sea de un orden de magnitud mucho mayor que la longitud de onda de la radiación. Aquí, el campo que se propaga es considerado localmente como una onda plana, representada por las trayectorias de rayos perpendiculares al frente de onda en cada punto. En la propagación horizontal 2D, en un sistema de coordenadas cartesianas con un medio homogéneo, donde solo se considera dependencia del índice de refracción con la altura z , se tiene [96]

$$\frac{d^2 z}{dx^2} = \frac{1}{n(z)} \frac{d}{dz} n(z) \quad (7.15)$$

si $n(z)$ es muy cercano a 1, para todas las alturas z ,

$$\frac{d^2 z}{dx^2} = \frac{d}{dz} n(z) = F(z) \quad (7.16)$$

Esta ecuación diferencial no lineal de segundo orden puede resolverse para valores constantes de $F(z)$. En particular, para el valor de atmósfera estándar, se asume una solución del tipo

$$z(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n (x - x_0)^n \quad (7.17)$$

con condiciones iniciales

$$\begin{aligned} z(0) &= 0 \\ z'(0) &= \tan \emptyset \end{aligned} \quad (7.18)$$

como se puede ver en la FIGURA 7.2.

De acuerdo con el teorema de Taylor, el valor de la función z en un punto x en la vecindad de x_0 puede ser expresado como (7.19).

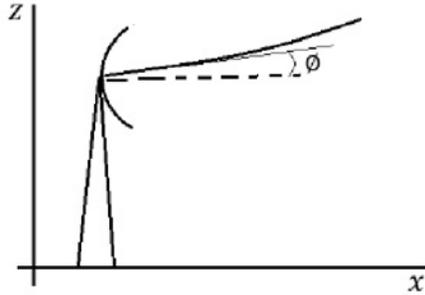


Figura 7.2. Condiciones iniciales para el modelo basado en trazado de rayos

$$z(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^{(n)}(x_0)}{n!} (x - x_0)^n \quad (7.19)$$

donde $z^{(n)}$ es la derivada n -ésima de z . De acuerdo con (7.16), $z^{(n)} = 0$ para $n > 2$. Luego, (7.19) toma la forma

$$z(x) = z(x_0) + z'(x_0)(x - x_0) + \frac{z''(x_0)}{2!} \cdot (x - x_0)^2 \quad (7.20)$$

de suerte que, conociendo la posición z de un rayo en la distancia x_0 , la posición en una distancia $x_0 + \Delta x$ puede calcularse por el siguiente modelo de predicción de propagación

$$z(x + \Delta x) = z(x_0) + z'(x_0) \cdot \Delta x + \frac{z''(x_0)}{2} \cdot \Delta x^2 \quad (7.21)$$

$$z'(x + \Delta x) = z'(x_0) + z''(x_0) \cdot \Delta x \quad (7.22)$$

7.5. Análisis de predicciones basadas en modelos de propagación deterministas

Se simuló un ambiente estándar con un transmisor a 20 m de altura y frecuencias de 590 y 600 MHz, cuyos resultados se muestran en las FIGURAS 7.3 a 7.7. En las FIGURAS 7.3 y 7.4 se puede observar que no existen diferencias significativas en la propagación para las dos frecuencias analizadas en lo que tiene que ver con el modelo basado en la ecuación parabólica.

En la FIGURA 7.5 se muestra el modelado de propagación utilizando el método de trazado de rayos, ahí se puede ver que el comportamiento en los primeros diez kilómetros muestra algunas diferencias con lo encontrado mediante la ecuación parabólica, por efecto del reflejo de rayos y la dispersión de energía por la frecuencia. Las diferencias pueden ocurrir porque el trazado de rayos es una técnica de frecuencia intrínsecamente alta, como se ha mencionado; para el rango más amplio las predicciones del comportamiento de la propagación obtenidas por ambos modelos no son muy diferentes, como se puede ver en las FIGURAS 7.6 y 7.7.

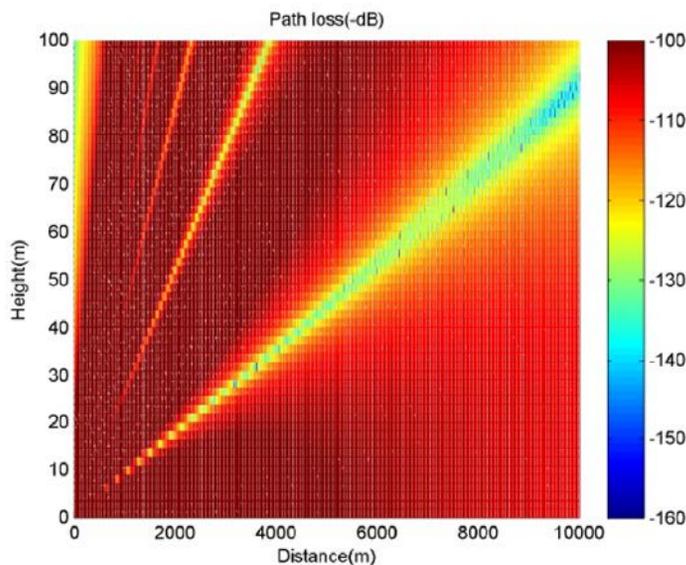


Figura 7.3. Modelado de propagación para 590 MHz obtenido por ecuación parabólica

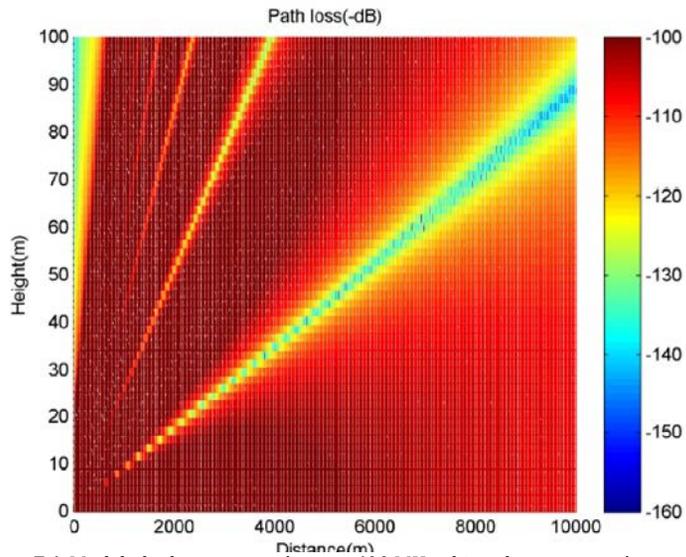


Figura 7.4. Modelado de propagación para 600 MHz obtenido por ecuación parabólica

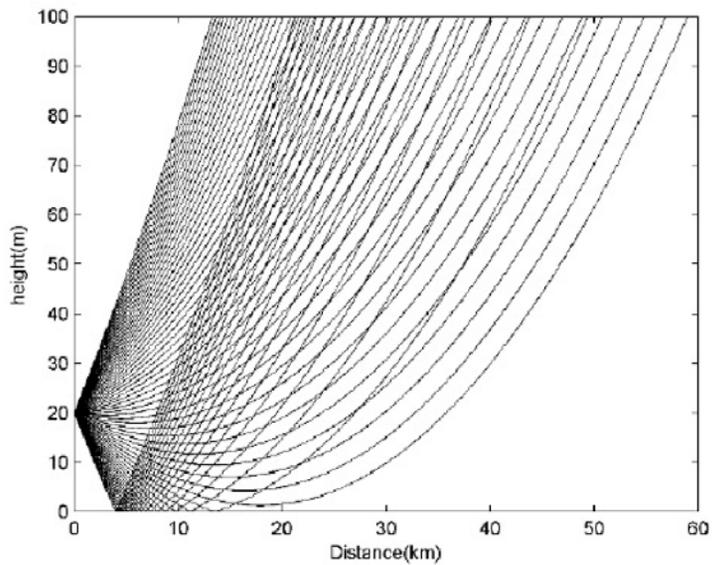


Figura 7.5. Modelado de propagación para 600 MHz obtenido por trazado de rayos

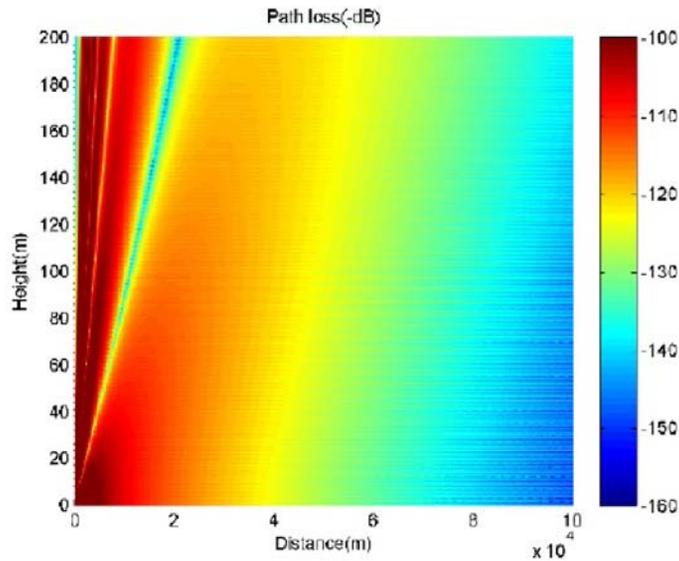


Figura 7.6. Modelado de propagación para 600 MHz en un rango amplio, obtenido por ecuación parabólica

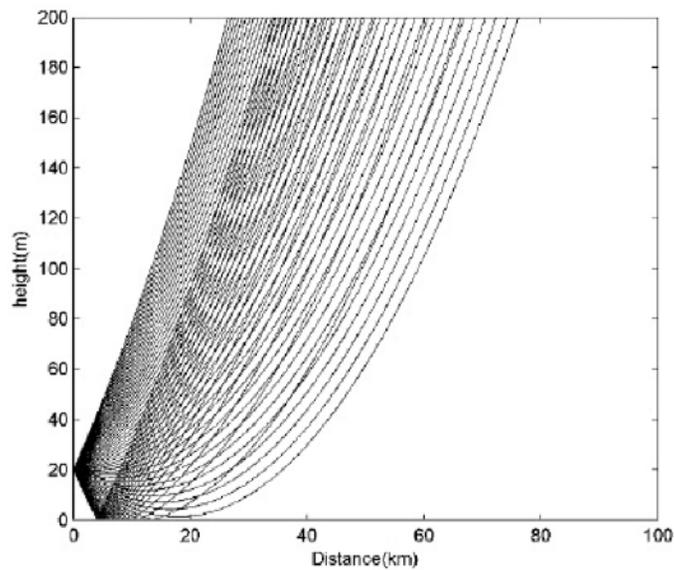


Figura 7.7. Modelado de propagación para 600 MHz en un rango amplio, obtenido por trazado de rayos

En trabajos anteriores [97] y [98], se han presentado las ventajas de los modelos de predicción de difracción en cuñas conductoras perfectas basados en el método de la ecuación parabólica. En los capítulos 3 y 4 hemos consignado esos resultados, tanto en lo que tiene que ver con las predicciones de difracción en cuña conductora perfecta como en su relación con la teoría de la difracción para cuñas conductoras imperfectas, desarrollada por Malyuzhinets. En este capítulo hemos hecho una exploración sobre predicciones de propagación mediante un modelo basado en el método de la ecuación parabólica y lo hemos comparado, en un rango de frecuencia de interés, con un modelo de trazado de rayos, tema discutido en el capítulo 5. Esta línea de razonamiento nos lleva a pensar en una posible implementación de un modelo de propagación híbrido, que no solo incluya los modelos de propagación basados en trazado de rayos y la ecuación parabólica, sino que pueda incorporar en el modelo de trazado de rayos, a las observaciones sobre coeficientes UTD heurísticos que hemos presentado en un trabajo previo [99] y que se han incluido en los capítulos 4 y 6.

CAPÍTULO 8

CONCLUSIONES

Observaciones generales

Se ha presentado el problema canónico de difracción por cuña y se han comparado las predicciones de difracción por cuña conductora perfecta que se obtienen mediante la solución exacta de Sommerfeld y la solución por el método de la ecuación parabólica. Los resultados de la simulación muestran que las predicciones de intensidad del método asintótico son menores que las calculadas con la solución exacta, pero los resultados mejoran notablemente con el aumento de la frecuencia. Por ejemplo, al aumentar la frecuencia al orden de los cientos de MHz, se observó un mejor acuerdo entre las predicciones de las dos soluciones y, es evidente, que en algunas direcciones las soluciones coinciden. Con estos resultados se verifica la precisión de los métodos asintóticos con la frecuencia.

Una cuestión adicional fue revisar si el método implementado atiende el principio de reciprocidad, para ello se realizaron simulaciones para ángulos correspondientes a una condición de iluminación de dos caras; se encontró que la solución asintótica satisface el principio de reciprocidad, tal como lo hace la solución exacta. Estos resultados son de importancia en cuanto al modelado del problema canónico bidimensional por el método de la ecuación parabólica.

A continuación, se estudió la difracción en una cuña conductora imperfecta en tres tipos de incidencia: incidencia en cara θ , incidencia en cara n e incidencia sobre ambas caras; también se compararon los resultados utilizando tres conjuntos de coeficientes heurísticos: los de Luebbers, Schettino y Guevara. En el análisis se consideraron polarizaciones TM (*soft*) y TE (*hard*) y se adoptaron como referencia los coeficientes de Malyuzhinets. Los resultados sugieren que: todos los conjuntos de coeficientes producen resultados similares, pero los de Schettino son más precisos; los coeficientes de Luebbers no consideran la reciprocidad, mientras que los de Schettino y de Guevara sí; los coeficientes de Guevara implican menos complejidad en el cómputo, lo cual los hace de gran utilidad para el análisis en escenarios complejos.

Lo siguiente fue evaluar la reciprocidad y la precisión de los tres coeficientes UTD heurísticos adecuadas para caracterizar la dispersión electromagnética en escenarios urbanos realistas, y comparar con los escenarios canónicos estudiados antes. El primer escenario simulado fue Ottawa, los resultados para las rutas de Bank St., Laurier St., Slater St. y Queen St., junto con el análisis estadístico muestran que para las cuatro

rutas, los tres coeficientes producen resultados similares; para Laurier St., Slater St. y Queen St., los coeficientes de Guevara y de Schettino producen resultados ligeramente mejores, pero sin mayor relevancia estadística; los resultados para Cali indican que en dicho escenario los coeficientes de Luebbers muestran ligeramente mejores resultados, sin embargo, la diferencia con las otras formulaciones heurísticas es pequeña; pudo verse que los coeficientes de Guevara y de Schettino tienen un comportamiento muy similar, que difiere del comportamiento de Luebbers, debido a la condición de reciprocidad incluida por Guevara. Para el escenario de Valencia, los coeficientes de Guevara tienen tanto el error absoluto medio como la desviación estándar menores, sin embargo, las diferencias con los coeficientes de Schettino son pequeñas, en contraste, la diferencia con los coeficientes de Luebbers es un poco mayor ($SD > 2$ dB).

El acuerdo entre las predicciones para las pérdidas de camino es más notable en el caso de Ottawa, donde se aplicó un modelo de propagación de trazado de rayos 3D basado en la teoría de imagen, y fue menor para Cali y Valencia, donde se aplicó un modelo de propagación de trazado de rayos basado en un algoritmo de *fuerza bruta*, incluyendo difracciones sobre los tejados. En escenarios reales, las diferencias en los resultados entre las tres implementaciones son pequeñas, posiblemente las diferencias importantes están en el tiempo computacional. Los resultados sugieren que es mejor usar los coeficientes de Guevara para predecir las pérdidas de camino en ambientes exteriores, porque esta solución es más práctica de implementar en todas las situaciones, en relación con las posiciones de incidencia y difracción, por lo que mejora la aplicabilidad y eficiencia en las simulaciones computacionales.

Finalmente, se revisó el problema de la propagación troposférica, se modeló y simuló en un ambiente estándar de propagación troposférica para comparar un modelo de propagación basado en la ecuación parabólica con el método usual para modelado de propagación basado en trazado de rayos. Los resultados del modelo de trazado de rayos, en los primeros diez kilómetros, muestran algunas diferencias con lo encontrado mediante la ecuación parabólica, por el efecto del reflejo de rayos y la dispersión de energía por la frecuencia. Para el rango más amplio de las decenas de kilómetros, las predicciones del comportamiento de la propagación obtenidas por ambos modelos no son muy diferentes. Sin embargo, se debe profundizar más en estas cuestiones.

REFERENCIAS

- [1] C. A. Balanis, *Advanced engineering electromagnetics*, New York, NY: John Wiley, 2012.
- [2] F. Vico, M. Ferrando, A. Valero, J. Herranz, y E. Antonino, “Computational electromagnetics and fast physical optics,” *Waves*, vol. 1, pp. 155–161, 2009.
- [3] A. Sommerfeld, “Mathematical theory of diffraction,” *Math. Ann.*, vol. 47, pp. 317–374, 1896.
- [4] A. Sommerfeld, “Teoretisches über die beugung der röntgenstrahlen,” *Z. Mathem. Phys.*, vol. 46, pp. 11–97, 1901.
- [5] H. MacDonald, *Electric waves*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1902.
- [6] A. Sommerfeld, *Mathematical theory of diffraction*. Boston, MA: Birkhäuser, 2004.
- [7] F. Oberhettinger, “On the diffraction and reflection of waves and pulses by wedges and corners,” *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, vol. 61, no. 5, pp. 343–365, 1958.
- [8] G. Petrashen, B. Nikolaev, y D. Kouzov, “On the method of series in the theory of diffraction of waves from flat angular regions,” *Math. Sci.*, vol. 246, pp. 5–165, 1958.
- [9] A. Tuzhilin, “New representations of diffraction fields in wedge-shaped regions with ideal boundaries,” *Sov. Phys. Acoust.*, vol. 9, no. 2, pp. 168–172, 1963.
- [10] J. Bowman y T. Senior, “The wedge,” en *Electromagnetic and acoustic scattering by simple shapes*, Amsterdam, The Netherlands: North Holland, 1969, pp. 252–283.
- [11] P. Ambaud y A. Bergassoli, “The problem of the wedge in acoustics,” *Acta Acustica united with Acustica*, vol. 27, no. 5, pp. 291–298, 1972.
- [12] L. Felsen y N. Marcuvitz, *Radiation and scattering of waves*. New York, NY: Prentice Hall, 1978.
- [13] W. Hadden y A. Pierce, “Sound diffraction around screens and wedges for arbitrary point source locations,” *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 69, no. 5, pp. 1266–1276, 1981.
- [14] C. DeWitt-Morette, S. Low, L. Schulman, y A. Shiekh, “Wedges I,” *Foundations of Physics*, vol. 16, no. 4, pp. 311–349, 1986.
- [15] A. Pierce, *Acoustics: An introduction to its physical principles and applications*. New York, NY: Acoustical Society of America, 1989.
- [16] L. Sevgi, A. Peterson, S. Ray, y R. Mittra, *Computational methods for electromagnetics* (The IEEE/OUP series on Electromagnetic Wave Theory). Piscataway, NJ: IEEE, 1998.
- [17] B. Thide B, *Electromagnetic field theory*. Uppsala, Suecia: Upsilon Books, 2003.
- [18] H. Weinberger, *A first course in partial differential equations with complex variable and transform methods*. New York, NY: Dover, 1965.
- [19] P. Y. Ufimtsev, *Fundamentals of the physical theory of diffraction*, Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2007.
- [20] L. Sevgi, *Electromagnetic modelig and simulation*. Hoboken, NJ: Wiley-IEEE, 2014.

Referencias

- [21] E. Copson, *Asymptotic expansions*, Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1965.
- [22] J. Murray, *Asymptotic analysis*. New York, NY: Springer, 1984.
- [23] G. D. Malyuzhinets, "Generalization of the reflection method in the theory of diffraction of sinusoidal waves," tesis. Lebedev Physical Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscú, Rusia, 1950.
- [24] G. D. Malyuzhinets, "Radiation of sound from the vibrating faces of an arbitrary wedge [part II]," *Sov. Phys. Acoust.*, vol. 1, pp. 240–248, 1955.
- [25] G. D. Malyuzhinets, "The radiation of sound by the vibrating boundaries of an arbitrary wedge [part I]," *Sov. Phys. Acoust.*, col. 1, pp. 152–174, 1955.
- [26] G. D. Malyuzhinets, "Excitation, reflection and emission of surface waves from a wedge with given face impedances," *Sov. Phys. Dokl.*, vol. 3, pp. 752–755, 1958.
- [27] G. D. Malyuzhinets, "Inversion formula for the Sommerfeld integral," *Sov. Phys. Dokl.*, vol. 3, pp. 52–56, 1958.
- [28] G. D. Malyuzhinets, "Relation between the inversion formulas for the Sommerfeld integral and the formulas of Kontorovich–Lebedev," *Sov. Phys. Dokl.*, vol. 3, pp. 266–268, 1958.
- [29] A. Tuzhilin, "Theory of Malyuzhinets' functional equations I: Homogeneous functional equations, general properties of their solutions, particular cases," *Differencialnye Uravnenija*, vol. 6, pp. 692–704, 1970.
- [30] Tuzhilin A., Theory of Malyuzhinets' functional equations II: The theory of Barnes' infinite products. General solutions of homogeneous Malyuzhinets' functional equations. Various representations of the basis solutions. *Differencialnye Uravnenija*, 6, 1048–1063, 1970.
- [31] A. Tuzhilin, "Theory of Malyuzhinets' functional equations III: Non-homogeneous functional equations, the general theory," *Differencialnye Uravnenija*, vol. 7, pp. 1077–1088, 1971.
- [32] A. Tuzhilin, Diffraction of a plane sound wave in an angular region with absolutely hard and slippery faces covered by thin elastic plates," *Differencialnye Uravnenija*, vol. 9, pp. 1875–1888, 1973.
- [33] A. Filippov, "Investigation of solution of a nonstationary problem of diffraction of a plane wave by an impedance wedge," *Zh. Vych. Matem. i Mat. Fiziki*, vol. 7, pp. 825–835, 1967.
- [34] V. Zavadskii y M. Sakharova, "Tables of the special function $8.z/$," *Akust. Inst.*, Moscú, Rusia, 1961.
- [35] V. Zavadskii y M. Sakharova, "Application of the special function 8 in problems of wave diffraction in wedge-shaped regions," *Sov. Phys. Acoust.*, vol. 13, pp. 48–54, 1967.
- [36] M. Sakharova, "On asymptotic expansion of certain functions occurring in the wedge diffraction theory," *Izv. Vuzov. Fizika*, vol. 11, pp. 141–144, 1970.

- [37] V. Volakis y T. Senior, "Simple expressions for a function occurring in diffraction theory," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 33, no. 6, pp. 678–680, 1985.
- [38] M. Herman, J. Volakis, y T. Senior. "Analytic expressions for a function occurring in diffraction theory," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 35, no. 9, pp. 1083–1086, 1987.
- [39] K. Hongo y E. Nakajim, "Polynomial approximation of Malyuzhinets function," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 34, no. 7, pp. 942–947, 1986.
- [40] N. Aboserwal y C. Balanis, "Closed-form expression of the Maliuzhinets function using tanh-sinh quadrature rule," en *Antennas and Propagation Society International Symposium (APSURSI)*. *IEEE*, 2014, pp. 2040–2041.
- [41] V. Baibich, M. Lyalinov, y V. Grikurov, *Diffraction theory, the Sommerfeld-Malyuzhinets technique* (Alpha Science series on wave phenomena), Oxford, UK:Alpha Science, 2008.
- [42] A. Osipov y A. Norris, "The Malyuzhinets theory for scattering from wedge boundaries:A review," *Wave Motion*, vol. 29, no. 4, pp. 313–340, 1999.
- [43] J. Keller, "One hundred years of diffraction theory," *IEEE Antennas and Propagation*, vol. 33, no. 2, pp. 123–126, 1985.
- [44] M. Kline, "An asymptotic solution of Maxwell's equations," *Communications on Pure and Applied Mathematics*, vol. 4, nos. 2- 3, pp. 225–262, 1951.
- [45] J. Keller, "Diffraction by an aperture," *J. Appl. Phys*, vol. 28, no. 4, pp. 426–444, 1957.
- [46] J. Keller, "Geometrical theory of diffraction," *J. Opt. Soc. Amer*, vol. 52, no. 2, pp. 116–130, 1962.
- [47] R. Kouyoumjian, "Asymptotic high frequency methods," *Proceedings of the IEEE*, vol. 53, no. 8, pp. 864–876, 1965.
- [48] P. Pathak y R. Kouyoumjian, "The dyadic diffraction coefficient for a perfectly conducting wedge," Ohio St. Univ. – Electro Sciences Lab., Columbus, OH. Technical Report 2183-4, 1970. Disponible: <https://pdfs.semanticscholar.org/91ce/56961333b612795111cd1a1c85ba8e6bdfd8.pdf>
- [49] P. Pathak y R. Kouyoumjian, "An analysis for the radiation from apertures on curves surfaces by the geometrical theory of diffraction," *Proceedings of the IEEE*, vol. 62, no. 11, pp. 1438–1447, 1974.
- [50] R. Kouyoumjian y P. Pathal, "A uniform geometrical theory of diffraction for an edge in a perfectly conducting surface," *Proceedings of the IEEE*, vol. 62, no. 11, pp. 1448–1461, 1974.
- [51] G. James, *Geometrical theory of diffraction for electromagnetic waves*, 3a ed. London, UK: Peter Peregrinus, 1986.
- [52] Ufimtsev P., Approximate computation of the diffraction of plane electromagnetic waves a certain metal bodies. *Soviet Physics-Technical Physics*, 2(8), 1708-1718, 1957.

Referencias

- [53] P. Ufimtsev, "Secondary diffraction of electromagnetic waves by a disk," *Soviet Physics-Technical Physics*, vol. 3, no. 3, pp. 549–556, 1958.
- [54] P. Ufimtsev, "Method of edge waves in the physical theory of diffraction," U.S. Air Force Systems Command - Foreign Technology Office, Dayton, OH, Rep. FTD HC-23-259-71, 1971. Disponible: https://nsarchive2.gwu.edu/NSAEBB/NSAEBB443/docs/area51_10a.PDF
- [55] D. Ahluwalia, R. Lewis, y J. Bodersma, "Uniform asymptotic theory of diffraction by a plane screen," *SIAM Journal on applied mathematics*, vol. 16, no. 4, pp. 783–807, 1968.
- [56] D. MacNamara, *Introduction to the uniform geometrical theory of diffraction*, Norwood, MA: Artech House, 1990.
- [57] P. Y. Ufimtsev, "Diffraction at a wedge with one face electric and the other face magnetic: Exact and asymptotic solutions of the wave and parabolic equations," *IEEE Antennas and Propagation*, vol. 55, no. 5, pp. 63–73, Oct. 2013.
- [58] F. Hacivelioglu, M. Uslu, y L. Sevgi, "A MATLAB-based virtual tool for the electromagnetic wave scattering from a perfectly reflecting wedge," *IEEE Antennas and Propagation*, vol. 53, no. 6, pp. 234–243, 2011.
- [59] F. Hacivelioglu, L. Sevgi, y P. Ufimtsev, "Electromagnetic wave scattering from a wedge with perfectly reflecting boundaries: Analysis of asymptotic techniques," *IEEE Antennas and Propagation*, vol. 53, no. 3, pp. 232–253, 2011.
- [60] F. Hacivelioglu, L. Sevgi, y P. Ufimtsev, "Numerical evaluations of diffraction formulas for the canonical wedge-scattering problem," *IEEE Antennas and Propagation*, vol. 55, no. 5, pp. 257–272, 2013.
- [61] D. Malyuzhinets, "Excitation, reflection and emission of surface waves from a edge with given face impedances," *Soviet Physics – Doklady*, vol. 3, pp. 752–755, 1958.
- [62] T. Senior y J. Volakis, *Approximate boundary conditions in electromagnetics* (IEE Electromagnetic Wave Series, vol. 41), London, UK: IEE, 1995.
- [63] R. Luebbers, "A heuristic UTD slope diffraction coefficient for rough lossy wedges," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 37, no. 2, pp. 206–211, 1989.
- [64] D. Schettino, F. Moreira, y C. Rego, "Heuristic UTD coefficients for electromagnetic scattering by lossy conducting wedges," *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 52, no. 12, pp. 2657–2662, 2010.
- [65] P. Holm, "A new heuristic UTD diffraction coefficient for nonperfectly conducting wedges," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 48, no. 8, pp. 1211–1219, 2000.
- [66] M. Aïdi y J. Lavergnat, "Comparison of Luebbers' and Maliuzhinets' wedge diffraction coefficients in urban channel modelling," *Progress In Electromagnetics Research*, vol. 33, pp. 1–28, 2001.

- [67] H. El-Sallabi y P. Vainikainen, “Improvements to diffraction coefficient for nonperfectly conducting wedges,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 53, no. 9, pp. 3105–3109, 2005.
- [68] D. Tami, C. Rego, D. Guevara, A. Navarro, y F. Moreira, “Heuristic UTD coefficients for radiowave coverage prediction in a urban scenario,” en *2015 SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC)*, nov. 2015, doi:10.1109/IMOC.2015.7369102.
- [69] J. Whitteker, “Measurements of path loss at 910 MHz for proposed microcell urban mobile systems,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 37, no. 3, pp. 125–129, 1988.
- [70] T. A. Milligan, *Modern antenna design*, 2a. ed. Hoboken, NJ: Wiley – IEEE, 2005.
- [71] T. Rappaport, *Wireless communications: Principles and practice*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1996.
- [72] J. Whinnery, S. Ramo, y T. van Duzer, *Fields and waves in communication electronics*. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 1994.
- [73] K. A. Chamberlin y R. J. Luebbers, “An evaluation of longley-rice and GTD propagation models,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 30, no. 6, pp. 1093– 1098, 1982.
- [74] R. J. Luebbers, “Finite conductivity uniform gtd versus knife edgediffraction in prediction of propagation path loss,” *IEEE Transactionson Antennas and Propagation*, vol. 32, no. 1, pp. 70–76, ene. 1984.
- [75] V. Anantha, G. Stratis, y A. Taflove, “Numerical calculation of diffraction coefficients of generic conducting and dielectric wedges using fdtd,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 45, no. 10, pp. 1525–1529, oct. 1997.
- [76] A. Burr, N. Czink, M. Debbah, V. Degli-Esposti, H. Hofstetter, P. Kyosti, D. Laurenson, G. Matz, A. F. Molisch, C. Oestges, P. Almers, E. Bonek y H. O. Zcelik, “Survey of channel and radio propagation models for wireless MIMO systems,” *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, vol. 2007, no. 1, art. 019070, ene. 2007.
- [77] R. Heddergott, M. Steinbauer, A. F. Molisch, A. Asplund, y T. Thomas, “The Cost 259 directional channel model–part I: Overview and methodology,” *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 5, no. 12, pp. 3421–3433, dic. 2006.
- [78] T. Fugen, J. Maurer, T. Kaiser, y W. Wiesbeck, “Capability of 3-D ray tracing for defining parameter sets for the specification of future mobile communications systems,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 54, pp. 3125–3137, 2006.
- [79] K. H. Ng, E. Tameh, A. Doufexi, M. Hunulumbure, y A. Nix, “Efficient multielement ray tracing with site-specific comparisons using measured MIMO channel data,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 56, pp. 1019–1032, 2007.

Referencias

- [80] S. Stavrou y S. R. Saunders, "Review of constitutive parameters of building materials," en *Proceedings of the 12th International Conference on Antennas and Propagation (ICAP '03)*, mar-abr, 2003, vol. 1, pp. 211–215.
- [81] M. F. Cátedra y J. Pérez-Arriaga, *Cell planning for wireless communications*, Boston, MA: Artech House, 1999.
- [82] S. Y. Tan y H. S. Tan, "Propagation model for microcellular communications applied to path loss measurements in Ottawa city streets," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 44, no. 2, pp. 313–317, 1995.
- [83] D. Tami, C. Rego, F. Moreira, D. Guevara y A. Navarro, "Heuristic UTD coefficients applied for the channel characterization in an Andean Scenario," en *2015 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation & USNC/URSI National Radio Science Meeting*, jul. 2015. doi: 10.1109/APS.2015.7305291
- [84] A. Navarro y D. Guevara, "Using game engines for wideband channel estimation parameters in Andean cities," en *2010 Proceedings of the Fourth European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP)*, Abr. 2010, art. 855.
- [85] A. Navarro y D. Guevara, "Applicability of game engine for ray tracing techniques in a complex urban environment," en *2010 IEEE 72nd Vehicular Technology Conference - Fall*, Sep. 2010, doi: 10.1109/VETEFCF.2010.5594343
- [86] D. Tami, C. Rego, D. Guevara, A. Navarro, F. Moreira, N. Cardona, y J. Giménez, "Comparison of heuristic UTD coefficients in an outdoor scenario," en *2015 9th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP)*, Abr. 2015, pp. 1780–1784.
- [87] A. Navarro, D. Guevara, N. Cardona, y J. López, "Measurement-based ray-tracing models calibration in urban environments," en *Proceedings of the 2012 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation*, jul. 2012, doi: 10.1109/APS.2012.6348844
- [88] K. A. Chamberlin y R. J. Luebbers, "An evaluation of longley-rice and GTD propagation models," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 30, no. 6, pp. 1093–1098, 1982.
- [89] D. Schettino, F. Moreira, y C. Rego, "Efficient ray tracing for radio channel characterization of urban scenarios," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 43, no. 4, pp. 1305–1308, 2007.
- [90] K. Meng, C. Mingsheng, H. Yujuan, y W. Xianliang, "Two kinds of parabolic equation algorithms in the computational electromagnetics," *Procedia Engineering*, vol. 29, pp. 425–429, 2012.
- [91] R. Akbarpour y A. R. Webster, "Ray-tracing and parabolic equation methods in the modeling of a tropospheric microwave link," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 53, no. 11, pp. 3785–3791, nov. 2005.
- [92] G. Apaydin y L. Sevgi, *Radio wave propagation and parabolic equation modeling*, Hoboken N. J.: IEEE–Wiley, 2017.
- [93] O. Ozgun, G. Apaydin, M. Kusuoglu, y L. Sevgi, "PETOOL: MATLAB-based oneway and two-way split-step parabolic equation tool for radiowave propagation

- over variable terrain,” *Computer Physics Communications*, vol. 182, no. 12, pp. 2638–2654, 2011.
- [94] A. Navarro, D. Guevara, N. Cardona, y J. Giménez, “DVB coverage predictions using game engine based ray-tracing techniques,” *Vehicular Technology Conference (VTC Fall)*, 2011, doi: 10.1109/VETECECF.2011.6093238
- [95] M- Levy, *Parabolic equation methods for electromagnetic wave propagation*, London, UK: IEE, 2000.
- [96] H. Triana y A. Navarro, “High frequency methods based in parabolic equation and ray launching in electromagnetic waves propagation predictions,” en *IEEE-APS Topical Conference on Antennas and Propagation in Wireless Communications*, 2018, doi: 10.1109/APWC.2018.8503770.
- [97] H. Triana y A. Navarro, “Exact solution and high frequency asymptotic methods in the wedge diffraction problem,” *Sistemas & Telemática*, vol. 14, no. 38, pp. 9–29, 2016.
- [98] H. Triana y A. Navarro, “Comparison of exact solution and high frequency asymptotic methods in the canonical wedge diffraction problem,” en *IEEE International Symposium on Antennas and Propagation & USNC/URSI National Radio Science Meeting*, 2017, doi: 10.1109/APUSNCURSINRSM.2017.8073063
- [99] D. Tami, C. Rego, D. Guevara, A. Navarro, F. Moreira, J. Gimenez, y H. Triana, “Analysis of heuristic uniform theory of diffraction coefficients for electromagnetic scattering prediction,” *Hindawi International Journal of Antennas and Propagation* vol. 2018, art. 3029152, 2018.
- [100] A. Navarro, D. Guevara, y M. V. Africano, “Calibración basada en medidas para modelos de trazado de rayos en 3D para ambientes exteriores urbanos andinos,” *Sistemas & Telemática*, vol. 10, no. 21, pp. 43–63, doi:10.18046/syt.v10i21.1195

La preparación de este libro estuvo al cuidado de Claros Editores S.A.S. Finalizó en septiembre de 2020 y en su preparación, realizada desde la Editorial Universidad Icesi, se emplearon los tipos: Baskerville MT Std de 9, 12 y 20 puntos; Cambria Math de 9,5 10, 11, 12 y 20 puntos; calibrí de 9 puntos; y Minion Pro de 8 y 9 puntos.

La propagación de ondas radio sobre la superficie de la tierra es de crucial importancia para el diseño y modelado de sistemas de comunicaciones fiables, sin embargo, obtener modelos para predecir la propagación de ondas radio es actualmente un problema muy difícil, no se ha encontrado una solución analítica que, evaluada numéricamente, reproduzca el comportamiento de una onda observable; tampoco se tiene una solución numérica tridimensional que sea aplicable de forma general a todas las situaciones. En este libro se estudia el problema desde los escenarios canónicos hasta los escenarios de propagación troposférica, pasando por los problemas de propagación en escenarios exteriores urbanos y se provee un panorama detallado y actual que permite plantearse nuevas alternativas de investigación en el modelado de propagación de ondas radio.

