

FORMACIÓN MATEMÁTICA EN UN PRIMER CURSO DE MATEMÁTICAS DE LA UNIVERSIDAD DEL VALLE

Por Jaime Robledo
Universidad del Valle

Resumen. Esta ponencia tiene como referentes empíricos algunos datos de resultados académicos alcanzados en los últimos años por los estudiantes de primer semestre de los planes de Ingeniería de la Universidad del Valle. Tales referentes se articulan en un marco teórico desde el cual se plantean algunas hipótesis para el estudio de los problemas de formación matemática y rendimiento académico en un primer curso universitario de matemáticas.

1. Matemáticas del primer semestre de Ingeniería en la Universidad del Valle. Desde mediados de 2001, el primer curso de matemáticas que deben matricular los estudiantes que ingresan al primer semestre de los distintos planes de Ingeniería de la Universidad del Valle es Cálculo I. No obstante su nombre, el curso se divide en dos partes bien diferenciadas: i) la primera parte se dedica al estudio de temas de precálculo: álgebra y geometría analítica básicas y funciones reales de una variable real; esta parte tiene una duración de más o menos seis semanas y su evaluación tiene un peso del 30% de la nota final; ii) en la segunda parte del curso se estudia el cálculo diferencial.

En cuanto al rendimiento académico, semestre tras semestre desde el 2001, alrededor del 60% de los estudiantes que matriculan este curso lo pierden o lo cancelan. En particular, durante el semestre agosto-diciembre de 2004, 1374 estudiantes, distribuidos en 27 grupos, tomaron Cálculo I. Los resultados globales fueron los siguientes:

Aprobaron	507 estudiantes (37%)
Reprobaron	553 estudiantes (40%)
Cancelaron	314 estudiantes (23%)
Total	1.374 estudiantes

Un dato importante para el estudio del impacto del bajo rendimiento académico en Cálculo I es la composición de este grupo: del total de 1374 estudiantes matriculados, solamente el 41% tenían código de ingreso a la Universidad y examen ICFES de 2004; el 38% tenían código anterior a 2004; y el 21% tenían código de 2004 pero examen del ICFES anterior a 2004.

2. Formación matemática de los estudiantes al ingresar a la universidad. Para intentar caracterizar la formación matemática con que llegan los estudiantes a la universidad, vamos a restringir nuestra atención al grupo de estudiantes que matricularon por primera vez Cálculo I. Haremos además el siguiente supuesto:

Las calificaciones logradas por los estudiantes en el primer examen parcial de Cálculo (cuyos temas son álgebra y geometría analítica básicas, y teoría de funciones reales de una variable real) son buenos indicadores de la formación matemática con que llegan a la universidad.

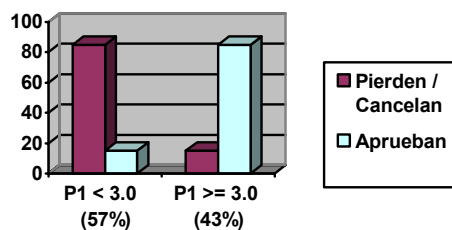
Este supuesto, que puede ser discutible, se fundamenta en la siguiente hipótesis: solamente quienes han logrado una formación que les permite comprender y producir discursos matemáticos con soporte en el álgebra y la geometría analítica básicas, están en condiciones de aprovechar el estudio de temas de precálculo para subsanar rápidamente sus eventuales carencias de información e iniciar su proceso de formación en matemáticas universitarias. El enunciado anterior sugiere además lo siguiente: i) hay estudiantes universitarios que tienen serias dificultades para comprender y producir discursos matemáticos básicos; y ii) para la gran mayoría de los estudiantes en esta situación, el estudio de temas de precálculo -en el tiempo y bajo la estructura curricular actuales - no es suficiente para superar tales dificultades.

Consideremos entonces el grupo de 569 estudiantes que habiendo presentado el examen del ICFES de 2004, matricularon Cálculo I en el semestre agosto-diciembre de 2004. Aunque no todos los profesores entregaron informe de calificaciones del primer examen parcial, se obtuvieron las notas de 447 estudiantes en tal examen. Los resultados fueron los siguientes:

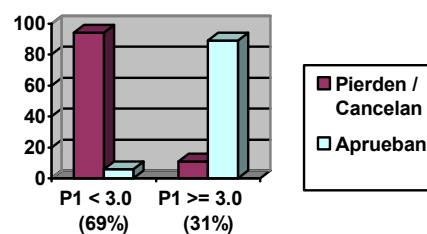
Calificaciones del primer examen parcial de Cálculo I Semestre Agosto-Diciembre de 2004

<i>Aprueban</i>	43%
<i>Re prueban</i>	57%
<i>Total</i>	447 estudiantes

3. Formación matemática y rendimiento académico. La relación observada en el semestre agosto-diciembre de 2005 entre las calificaciones del primer parcial y las notas finales del curso fue la siguiente: i) entre quienes aprobaron el primer parcial, el 85% aprobaron el curso; y ii) entre quienes perdieron el primer parcial, el 85% perdieron o cancelaron el curso. Esta tendencia ya había sido identificada en años anteriores como lo muestra el resultado de una encuesta realizada en 2001 a cuatro profesores de Cálculo I: de 281 estudiantes, 90 aprobaron el primer parcial (esto es, el 31%); entre quienes aprobaron el primer parcial, el 89% aprobaron el curso; y entre quienes perdieron el primer parcial, el 94% perdieron o cancelaron el curso. Debido a la importancia que parece tener esta relación, los resultados anteriores se resaltan en la siguiente figura.



Agosto-Diciembre de 2004



Agosto-Diciembre de 2001

De los datos anteriores se desprende que las notas del primer parcial de Cálculo parecen ser un buen indicador de rendimiento académico futuro. Es más, si aceptamos el supuesto -planteado en el numeral 2- de que las notas del primer parcial son un buen indicador de la formación matemática de los estudiantes al iniciar sus estudios universitarios, se debe entonces concluir que existe una relación muy estrecha entre una buena formación matemática inicial y un buen rendimiento académico en los estudios universitarios, y recíprocamente entre una formación matemática deficiente y el bajo rendimiento académico en matemáticas.

4. Primeras conclusiones. De lo dicho hasta ahora podemos obtener algunas conclusiones iniciales.

- i) *La formación matemática de los estudiantes de primer semestre de ingeniería de la Universidad del Valle (¿y de la mayoría de las universidades de Colombia?) es desigual: hay estudiantes con una buena formación matemática, al lado de estudiantes que debido a su deficiente formación matemática se constituyen en una población en riesgo de desertar de la universidad o de permanecer en la misma durante períodos de tiempo socialmente inaceptables.*
- ii) *A pesar de lo anterior, en la Universidad del Valle (¿y en otras universidades del país?) los estudiantes de primer semestre de ingeniería reciben una oferta curricular inflexible: todos deben tomar Cálculo I.*
- iii) *Debe remarcarse que este tratamiento inflexible no es consecuente con el desigual nivel de formación matemática de los estudiantes de primer semestre mencionado en i).*
- iv) *La “población en riesgo” puede ser rápidamente identificable, como lo muestran los resultados del primer examen parcial de Cálculo I.*
- v) *Además de su rápida identificación, la “población en riesgo” debería ser objeto de una adecuada caracterización y de un tratamiento acorde con tal caracterización.*

5. Elementos para una caracterización de la población en riesgo.

En relación con el último de los enunciados anteriores y con su posible implementación, es importante plantear que la identificación y caracterización de la población en riesgo exigen un trabajo de investigación basado en observación, seguimiento y análisis de los desarrollos cognitivos y académicos de esos estudiantes, bajo el soporte de marcos teóricos adecuados.

A manera de ilustración acerca de cómo podría llevarse a cabo esta tarea, desde luego sin pretender que esta sea la única forma de hacerlo, presento enseguida algunos elementos para tal caracterización, junto con algunos aspectos básicos del marco teórico desde el cual he venido analizando en los últimos años (Robledo, 2003) el problema del bajo rendimiento académico en matemáticas: el de la teoría de las representaciones semióticas desarrollada por Raymond Duval (1999).

Desde esta perspectiva teórica se enfatiza la diferencia fundamental entre ideas o conceptos y los medios a través de los cuales tales ideas o conceptos se expresan. Estos medios son generalmente sistemas semióticos –o sistemas de signos - con reglas de formación y de transformación que deben ser

conocidas y respetadas; tal es el caso de las lenguas naturales, de los distintos sistemas de escritura de los números, de los sistemas de signos para la escritura algebraica, etc. Con respecto al aprendizaje de las matemáticas, el siguiente principio es un punto de partida.

Las matemáticas en general -y las matemáticas universitarias en particular- exigen para su comprensión, utilización y desarrollo, la construcción, por el aprendiz, de sistemas semióticos de representación pertinentes.

Un indicador de la no construcción por un sujeto de un sistema semiótico, o de una construcción deficiente del mismo, es su incompreensión de enunciados expresados en ese sistema semiótico o su dificultad manifiesta para expresarse a través de él; por ejemplo, su incompreensión de discursos expresados en una lengua desconocida para él.

Con respecto a la que hemos denominado “población en riesgo”, en las aulas de clase hay abundante información empírica sobre estudiantes con severas dificultades de comprensión de enunciados matemáticos de tipo simbólico; los llamados “problemas literales”, como por ejemplo “¿cuál es el $n\%$ de m ?” o “trace un bosquejo razonable de la gráfica de la ecuación $y = mx + b$, con $m < 0$ y $b > 0$ ”, son para muchos de ellos prácticamente jeroglíficos incomprensibles. No me parece arriesgado conjeturar que dos de las razones de tales dificultades están relacionadas con experiencias de aprendizaje previas caracterizadas por:

- i) Una desconexión entre el aprendizaje de nuevos conceptos o de nuevas disciplinas y aprendizajes previos o contextos significativos para el aprendiz. Por ejemplo, puede conjeturarse que la gran mayoría de los estudiantes en riesgo no establecen ningún vínculo entre problemas literales y casos específicos de los mismos que podrían servirles para su comprensión. A manera de ilustración de lo antes dicho, uno puede verificar que la mayoría de quienes no comprenden la pregunta ¿cuál es el $n\%$ de m ?, resuelven sin dificultad ejercicios numéricos de porcentajes. En otras palabras, para muchos de ellos su aprendizaje del álgebra no les ha permitido entenderla como un medio potente para expresar de manera sucinta procedimientos o ideas generalizables, construido sobre la base de saberes previos;
- ii) Formas arbitrarias y mágicas mediante las cuales muchos de los estudiantes en riesgo han aprendido a usar las reglas básicas de operación y transformación de expresiones algebraicas, las cuales se ponen de manifiesto muy pronto en los contextos de solución de ecuaciones, manejo de fracciones y de exponentes racionales, por ejemplo, y que dadas sus consecuencias materializadas en malas calificaciones producen desconcierto y desmotivación y dificultan en grado sumo la construcción estructural de tal sistema semiótico, esto es, como un sistema articulado de signos con reglas de formación y de transformación que deben ser respetadas.

Para las universidades preocupadas por el bajo rendimiento académico en los cursos iniciales de matemáticas y por sus consecuencias en cuanto a deserción de estudiantes, parece ser una tarea urgente prestar atención y tratar de subsanar los problemas de formación básica en álgebra elemental de sus estudiantes en riesgo.

Pero además de lo anterior, es necesario que, dentro de las actividades docentes que se propongan para elevar el nivel matemático de tales estudiantes, se enfatice la importancia que para su formación matemática tiene el desarrollo de habilidades que les permitan articular los distintos sistemas semióticos que se utilicen. Esta habilidad, o actividad cognitiva, es llamada por Duval *conversión*, en su teoría de la representación. Trabajar en los cursos básicos la inter-relación entre situaciones problema o textos de las mismas y esquemas, gráficos o modelos simbólicos pertinentes, así como la comprensión y articulación de todas estas formas representacionales, son actividades que apuntan en esa dirección, aunque tal vez pongan de manifiesto otra problema que posiblemente merezca ser mejor estudiado: una deficiente construcción del sistema semiótico fundamental: el de la lengua natural.

Lo antes mencionado hace parte de la sustentación de las siguientes hipótesis de trabajo:

- i) Los sistemas semióticos que están en la base de las matemáticas universitarias se relacionan con: i) la lengua materna; ii) el álgebra básica; iii) la geometría analítica básica y iv) la teoría elemental de funciones reales de una variable real.
- ii) Para aprender matemáticas universitarias es necesario que el aprendiz haya hecho una buena construcción de los sistemas semióticos mencionados y haya también construido mecanismos para su adecuada articulación.

6. ¿Qué hacer frente al problema del bajo rendimiento académico? Puede decirse que en todos los departamentos de matemáticas del país ha habido siempre preocupación por este problema así como búsquedas de soluciones. Todas estas experiencias dejan enseñanzas que es importante tener en cuenta. Las siguientes son propuestas complementarias para abordar dicho problema:

- i) Con base en la observación de los niveles de formación con que ingresan los estudiantes que son exitosos en los cursos de matemáticas, es importante **caracterizar** los niveles mínimos de **proficiencia** que hacen posible cursar con éxito Cálculo en el primer semestre universitario.
- ii) Es importante construir **instrumentos** de calidad que permitan **identificar** rápidamente tal proficiencia mínima. En tal sentido, por ejemplo, en la Universidad del Valle se ha empezado a debatir la posibilidad de ofrecer a los estudiantes que ingresan por primera vez, cursos cortos, previos al inicio formal del semestre académico, sobre

temas que en la actualidad se avalúan en el primer examen parcial de Cálculo. Esta propuesta, aunque se apoya en los datos mencionados en esta ponencia, requiere para su implementación la gestión de una reforma curricular.

- iii) La identificación de la población no proficiente, que hemos denominado población en riesgo, exige como complemento un esfuerzo tendiente a su **caracterización**.
- iv) La identificación de la población proficiente y de la no proficiente, así como la caracterización de esta última, exigen como complemento la construcción de ofertas curriculares acordes con los niveles de formación de los estudiantes.

7. El examen del ICFES como instrumento de admisiones y como indicador de formación matemática. En la mayoría de las universidades colombianas se utilizan los resultados del examen del ICFES como instrumento de selección y admisión de estudiantes. Así mismo, en algunas de ellas los puntajes en matemáticas de dicho examen son utilizados como indicadores de formación matemática. Por tal motivo, la siguiente información puede ser de interés para la comunidad matemática del país.

Entre los 569 estudiantes que presentaron el examen del ICFES en el 2004 y matricularon Cálculo I para Ingenierías en la Universidad del Valle durante el semestre agosto-diciembre de 2004, la distribución de los puntajes (entre cero y cien) en la prueba de matemáticas del ICFES fue la siguiente:

$N \geq 60$	10%
$50 \leq N < 60$	50%
$40 \leq N < 50$	39%
$N < 40$	1%

Por otra parte, la distribución en cada uno de los grupos anteriores de los resultados finales del curso (aprobaron, perdieron o cancelaron) fue la siguiente:

Puntajes ICFES	Aprobaron Cálculo	Perdieron o Cancelaron Cálculo
$N \geq 60$	53%	47%
$50 \leq N < 60$	47%	53%
$40 \leq N < 50$	39%	61%
$N < 40$	100%	0%

Los resultados anteriores son sorprendentes por varias razones:

- i) Si en un grupo en el que más del 40% aprueban Cálculo, solamente un 10% habían obtenido puntajes de al menos 60 en la prueba de matemáticas del ICFES, era razonable esperar que la gran mayoría de ese 10% hubiese aprobado el curso y por lo tanto resulta desconcertante que prácticamente la mitad de dicho 10% haya perdido o cancelado el curso de Cálculo.

- ii) La distribución de los resultados finales en el curso de Cálculo (aprobaron o no) fue prácticamente la misma entre quienes obtuvieron en la prueba de matemáticas del ICFES puntajes entre 50 y 60 y entre quienes obtuvieron 60 puntos o más.
- iii) Más desconcertante aún es que los cuatro estudiantes que habían obtenido puntajes de menos de 40 en la prueba de matemáticas del ICFES hayan aprobado (todos ellos) el curso de Cálculo. Es más, los dos que tenían el puntaje más bajo (35 puntos), obtuvieron notas sobresalientes (5.0 y 4.9) en grupos con una alta tasa de pérdida del curso.

Aunque los resultados anteriores se obtuvieron con estudiantes de una universidad y durante un período determinado, y por lo tanto no es lícito generalizarlos a todo el país ni a otros períodos, sí permiten abrir interrogantes sobre la confiabilidad en los exámenes del ICFES como criterio de admisión a la universidad y en la prueba de matemáticas de tales exámenes como indicador de formación matemática de los estudiantes examinados. La confirmación o refutación de estos resultados y, más generalmente, la investigación sobre calidad y confiabilidad de los exámenes de estado queda entonces planteada como una tarea para la comunidad académica del país.

8. Referencias bibliográficas.

DUVAL, R. (1999) Semiosis y Pensamiento Humano, registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Cali: Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática.

ROBLEDO, J. (2003) Registros semióticos de representación y Matemáticas universitarias. Tesis de maestría en Educación con énfasis en educación matemática, Universidad del Valle.