UNIVERSIDAD ICESI

Eduardo Lora & Sergio I. Prada

05

Índices de precios y cantidades

5ta edición

Técnicas de medición económica

Metodología y aplicaciones en Colombia

Técnicas de medición económica

Eduardo Lora
&
Sergio Ivan Prada

Asistente de investigación y edición:
Ana Melissa Pérez

Diseño y diagramación:
Sandra Marcela Moreno Bolaños

2016
Quinta edición: versión impresa y en línea

Cómo citar este libro:

Recurso en línea:

Lora, Eduardo; Prada, Sergio. Técnicas de Medición Económica, Metodología y Aplicaciones en Colombia [en línea]. Quinta Edición. http://www.icesi.edu.co/medicion-economica-Colombia-Eduardo-Lora-Sergio-Prada[Consulta: día mes año].

Versión impresa:

Lora, Eduardo & Prada, Sergio (5ta Ed.)(2016). Técnicas de Medición Económica, Metodología y Aplicaciones en Colombia. Cali, Colombia: Universidad Icesi

ISBN:978-958-8936-14-7
Universidad Icesi

UNIVERSIDAD ICESI

Introducción al libro

El propósito de este libro es estudiar de manera integrada las bases conceptuales y la metodología de las estadísticas que usan los economistas y otros científicos sociales para describir y analizar los fenómenos económicos y sociales. Las estadísticas que se estudian en este texto han sido seleccionadas por su utilidad y aplicación corriente. El libro no está dirigido a especialistas, su nivel es introductorio y su enfoque eminentemente práctico. Esta edición electrónica es gratuita y con ello aspira a llegar a un público más amplio. De ahí su estructura modular y los numerosos recursos didácticos y de consulta que contiene.

Estructura del libro

El libro está compuesto por 17 capítulos, de los cuales éste es el Capítulo 05: "Índices de precios y cantidades". El esquema de la página 5 presenta la estructura del libro, que se explica a continuación. En los primeros cuatro capítulos se estudian los indicadores sociales más importantes en las áreas de demografía, mercado laboral, salud, educación, distribución de ingreso, pobreza y desarrollo humano. Los tres capítulos siguientes estudian los métodos de construcción y las aplicaciones más frecuentes de los indicadores económicos. Se empieza con un capítulo sobre índices de precios y cantidades, se estudian después los principales agregados macroeconómicos y se dedica luego un capítulo a los indicadores de coyuntura que se utilizan en Colombia para medirle el pulso a la actividad económica. Los capítulos restantes se dedican al estudio y manejo de diversos modelos de descripción económica. El análisis se aborda a partir de sistemas muy simplificados de cuentas nacionales, pasando después a los que se utilizan en la práctica en Colombia, para detenerse luego en algunas de sus aplicaciones y extensiones. Se concede una gran importancia al uso de las matrices de insumo-producto, no sólo por constituir la columna vertebral de los sistemas actuales de cuentas nacionales, sino también por sus inmensas posibilidades en numerosas áreas del análisis económico. La metodología y la interpretación de las estadísticas financieras y monetarias, de balanza de pagos y fiscales ocupan los tres últimos capítulos del libro.

Conocimientos requeridos

El lector debe tener en cuenta que algunos capítulos se construyen a partir de los temas desarrollados en capítulos anteriores, como se indica en el diagrama. Las flechas indican qué capítulos se necesitan para

abordar los demás capítulos. Los únicos que no tienen ningún prerrequisito son el Capítulo 1 (indicadores de población), el Capítulo 5 (índices de precios y cantidades) y el Capítulo 6 (conceptos de agregación económica).

Para abordar la mayoría de los capítulos se necesita un conocimiento muy elemental de álgebra y comprender el concepto y la notación de sumatoria (Σ). Éste es el nivel básico de conocimientos matemáticos a que se refiere el diagrama. El Capítulo 8 (medición de la productividad y fuentes de crecimiento económico) y el 17 (contabilidad de finanzas públicas) requieren conocimientos intermedios de matemáticas, debido a que utilizan nociones básicas de cálculo diferencial. Únicamente dos capítulos requieren nociones básicas de algebra lineal (es a lo que nos referimos con conocimientos avanzados de matemáticas): el Capítulo 13 (matriz insumo-producto) y el Capítulo 14 (aplicaciones de la matriz insumo-producto). El recuadro inicial de cada capítulo le recuerda al lector los prerrequisitos y el nivel de matemáticas en cada caso.

Enfoque y recursos didácticos

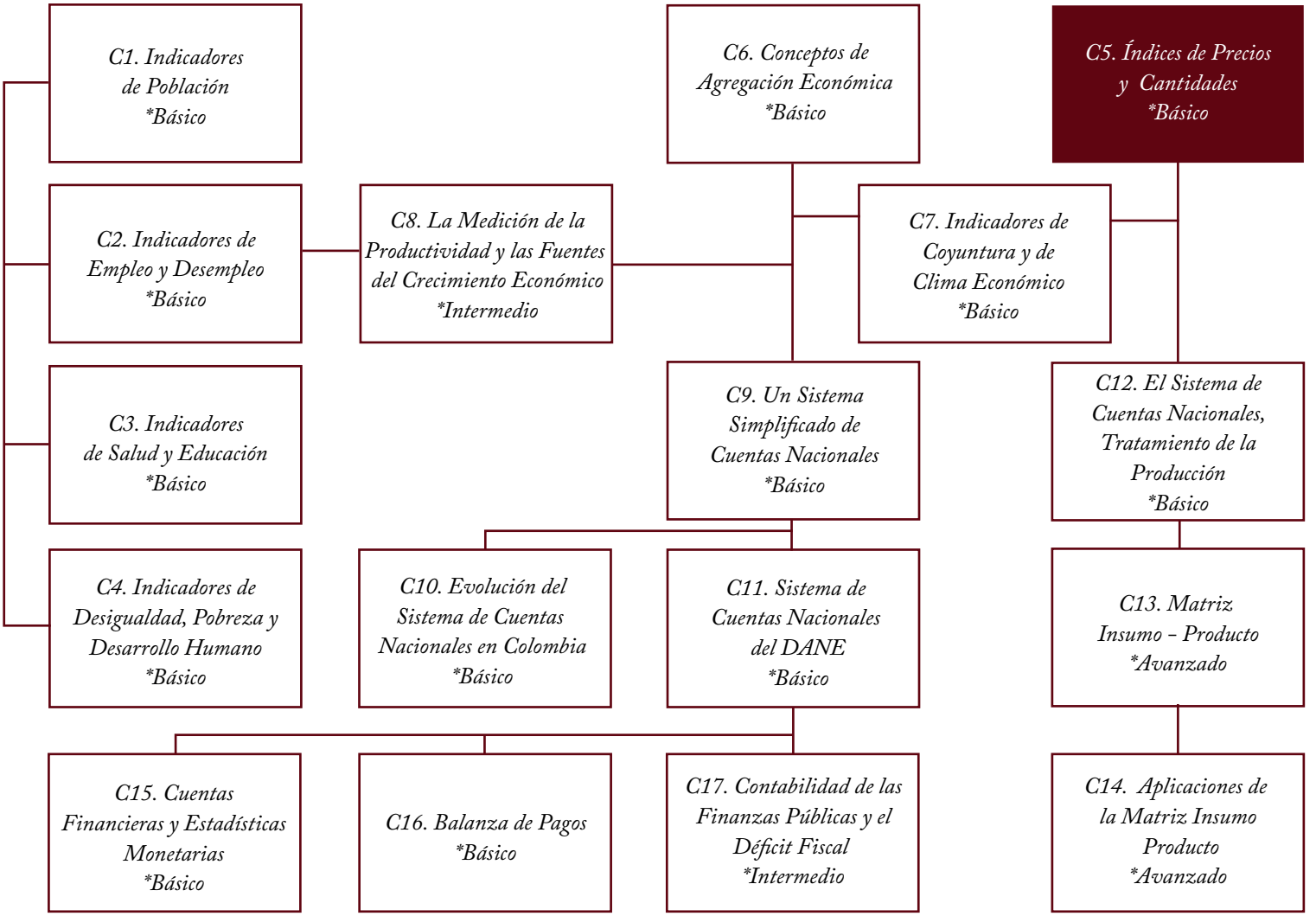
Cada capítulo incluye pequeños bocadillos en el margen izquierdo que resumen las ideas más importantes, y un cuadro al final que lista los conceptos clave que el estudiante debe dominar al terminar. Las ecuaciones que es preciso entender y manejar a la perfección están señaladas con el símbolo ⊘. Con el ánimo de inducir al estudiante a utilizar las estadísticas a lo largo de cada capítulo aparecen ejemplos sencillos, y al final se incluyen ejercicios y preguntas adicionales. Separadamente, para cada capítulo hay una hoja de Excel que contiene las soluciones a todos los ejercicios. El recurso didáctico que los profesores encontrarán más útil son las presentaciones en Power Point capítulo por capítulo.

Utilidad

Esperamos que esta versión electrónica del libro sea útil para todas aquellas personas interesadas en entender las estadísticas económicas y sociales más allá de los espacios académicos: periodistas, columnistas, políticos, líderes empresariales y sindicales, dirigente de gremios o funcionarios públicos. Entre mayor sea la compresión de las estadísticas, mayor será la calidad del debate público sobre los problemas y políticas económicos y sociales.

Eduardo Lora & Sergio Iván Prada
Boston (EE.UU.) y Cali, agosto de 2016.

Contenido


C1. Indicadores de Población *Básico
C6. Conceptos de Agregación Económica *Básico
C5. Índices de Precios y Cantidades *Básico
C2. Indicadores de Empleo y Desempleo *Básico
C8. La Medición de la Productividad y las Fuentes del Crecimiento Económico *Intermedio
C7. Indicadores de Coyuntura y de Clima Económico *Básico
C3. Indicadores de Salud y Educación *Básico
C9. Un Sistema Simplificado de Cuentas Nacionales *Básico
C12. El Sistema de Cuentas Nacionales, Tratamiento de la Producción *Básico
C4. Indicadores de Desigualdad, Pobreza y Desarrollo Humano *Básico
C10. Evolución del Sistema de Cuentas Nacionales en Colombia *Básico
C11. Sistema de Cuentas Nacionales del DANE *Básico
C13. Matriz Insumo - Producto *Avanzado
C15. Cuentas Financieras y Estadísticas Monetarias *Básico
C16. Balanza de Pagos *Básico
C17. Contabilidad de las Finanzas Públicas y el Déficit Fiscal *Intermedio
C14. Aplicaciones de la Matriz Insumo Producto *Avanzado

Contenido

05 ÍNDICES DE PRECIOS Y CANTIDADES

5.1 Construcción y propiedades de los índices

5.1.1 Índices simples y propiedades básicas

5.1.2 Índices ponderados de precios

5.1.3 Índices ponderados de cantidades

5.1.4 Los índices ponderados y las propiedades básicas

5.2 Usos de los índices como deflactores y enganche de series

5.2.1 Los índices de precios como deflactores

5.2.2 Enganche de series y cambios de base

5.3 Los índices de precios al consumidor y al productor

5.3.1 El Índice de Precios al Consumidor

5.3.2 El Índice de Precios al Productor

Contenido

05 *ÍNDICES DE PRECIOS Y CANTIDADES*

5.4 Indicadores de precios relativos

5.4.1 El índice de la tasa de cambio real

5.4.2 Tasas de cambio de paridad de poder adquisitivo

Conceptos clave

Preguntas y ejercicios

Soluciones a ejercicios seleccionados(*)

Bibliografía y fuentes y métodos

Capítulo 5

ÍNDICES DE PRECIOS Y CANTIDADES

La evolución de las variables económicas a valores corrientes es el efecto combinado de los cambios que experimentan los precios y las cantidades reales. Por consiguiente, para determinar las variaciones "reales" a través del tiempo, es preciso aislar las variaciones de precios. El problema que se enfrenta en esta descomposición radica en que, cuando se trabaja con agregados económicos, no es posible separar los precios absolutos y las cantidades absolutas. Aunque ello podría hacerse para productos individuales, los precios y cantidades no podrían sumarse entre sí para obtener "el precio" y "la cantidad" del agregado. Pero, a pesar de que no pueden establecerse los precios y las cantidades *absolutas* de una variable agregada, sí es posible descomponer sus variaciones de valor en *cambios* de precios y *cambios* de cantidades. Éste es el principal propósito de los números índices. En la primera sección de este capítulo se estudian los principios de construcción y las propiedades básicas de los índices con base en algunos ejemplos de la vida real. En la segunda sección se discuten las aplicaciones más importantes de los números índices en el manejo de series de tiempo. La tercera sección reseña la metodología en la que se basan los índices de precios al consumidor y al productor, que constituyen los indicadores más usuales de la inflación en Colombia. El capítulo termina con una sección sobre los indicadores de precios relativos más utilizados, como son el índice de la tasa de cambio real y la tasa de cambio de paridad de poder adquisitivo.

*Un **índice** es la relación entre el valor de una variable en un periodo t_1 con respecto a un periodo base t_0.*

Los principios de construcción de índices de precios y cantidades que se presentan en este capítulo tienen muchos otros usos, algunos de los cuales se estudian en otros capítulos. En el siguiente capítulo se verá, por ejemplo, cómo muchos indicadores de coyuntura económica son índices de cantidades o de precios. Y en el Capítulo 12 se verá la aplicación de los principios de construcción de estos índices en los sistemas de cuentas nacionales a precios constantes.

5.1 Construcción y propiedades de los índices

5.1.1 Índices simples y propiedades básicas

La comparación a través del tiempo de los valores que toma una variable puede facilitarse con el uso de un número índice. Un índice simple se obtiene en forma directa como el cociente entre el período considerado y el que se toma como base multiplicado por 100. Sin embargo, el resultado se expresa usualmente en valores absolutos (ignorando el porcentaje). La diferencia con respecto a 100 es el porcentaje de variación respecto al período base.

Ejemplo 5.1

Cálculo de un índice simple

Como se observa en el Cuadro 5.1, la producción de arroz en el país pasó de 1,777 miles de toneladas en 2011 a 1,254 miles de toneladas en 2014, lo que implica una disminución de 29.6%. Eso es exactamente equivalente a decir que el índice de volumen de producción de arroz con base en el año 2011 se situó en 70.6 en el año 2014.

Todo índice simple reúne las propiedades de identidad, reversibilidad y transitividad. *La propiedad de identidad* consiste en que el índice toma un valor unitario (o de 100%) para el período que se toma como base. *La propiedad de reversibilidad* se cumple cuando el índice de base *a*, calculado para el período *b*, $I_{b/a}$, es igual al inverso del índice de base *b*, calculado para el período *a*, $I_{a/b}$,

$$I_{a/b} = \frac{1}{I_{a/b}}$$

*Todo **índice simple** reúne las propiedades de indentidad, reversibilidad y transitividad. Estas propiedades son de gran importancia para la construcción de índices más complejos.*

La propiedad de transitividad, que es aplicable a tres o más observaciones de la variable, consiste en que el índice para un período es igual al producto de los índices entre los sub-períodos componentes:

$$I_{c/a} = I_{c/a} \times I_{a/b}$$

Ejemplo 5.2

Las propiedades básicas en un índice simple

Como puede comprobarse a partir de las cifras de producción de arroz del Cuadro 5.1, los índices simples cumplen con estas tres propiedades. La condición de identidad es una consecuencia de la forma de construcción de los índices (el índice base 2011 toma el valor de 100 en 2011). Puede mostrarse también que hay reversibilidad, ya que el índice para 2013, base 2011 (80.8) es igual al inverso del índice opuesto (123.8). Igualmente, puede deducirse que se cumple la condición de transitividad, ya que el índice para 2014, base 2011 (70.6), puede obtenerse como el producto del índice para 2013, base 2011 (80.8), y del índice base 2013 para 2014 (87.4). Estas propiedades, que resultan triviales en los índices simples, son de gran importancia para la construcción de índices más complejos.

Cuadro 5.1

Producción de arroz: volumen e índices de 2010 - 2014

Años	Producción (miles de toneladas)	Índices de volumen de producción	
		2011=100	2013=100
2010	1,538	86.6	107.2
2011	1,777	100.0	123.8
2012	1,538	86.6	107.2
2013	1,435	80.8	100.0
2014	1,254	70.6	87.4

Fuente: DANE, Boletines de prensa; Encuesta Nacional de Arroz Mecanizado y cálculos propios.

*Un **índice de valor** (precio x cantidad) puede siempre descomponerse en un índice de precios y en un índice de cantidades.*

La inmensa mayoría de las variables económicas viene expresada en valores monetarios y no en cantidades físicas. Puesto que los valores monetarios de una serie son el resultado del efecto conjunto de las variaciones físicas y de precio, la combinación de los índices de precios y de volumen debe dar como resultado el índice de valor correspondiente. Esta *propiedad de descomposición del valor*, como se llamará en adelante, también la cumplen los índices simples, como se invita al lector a comprobarlo con las cifras del Cuadro 5.2. De paso, puede notarse que los índices tienen un margen de error de una décima, que resulta de las aproximaciones con un solo decimal. Sin embargo, esta pérdida de exactitud queda compensada con la mayor claridad y sencillez de los números índices frente a las cifras originales. Así, puede observarse que las fluctuaciones de precios han sido mucho más pronunciadas que los cambios en los volúmenes de producción, y que ni los precios ni las cantidades han tenido tendencias estables de aumento o disminución. No es igualmente fácil llegar a estas impresiones observando sólo las cifras en valores absolutos.

Cuadro 5.2

Volumen, precios y valor de la producción de arroz. Valores absolutos e índices 2010 – 2014

Años (primer trimestre)	*Producción (miles de toneladas)*	*Precio por tonelada*	*Valor de la producción ($ millones)*	*Índices 2013=100*		
				Volumen	*Precio*	*Valor*
2010	*1,538*	*624,456*	*960,414*	*107.2*	*76.0*	*81.4*
2011	*1,777*	*966,648*	*1,717,733*	*123.8*	*117.6*	*145.6*
2012	*1,538*	*1,070,700*	*1,646,736*	*107.2*	*130.3*	*139.6*
2013	*1,435*	*821,884*	*1,179,404*	*100.0*	*100.0*	*100.0*
2014	*1,254*	*833,543*	*1,045,262*	*87.4*	*101.4*	*88.6*

Fuente: DANE, Boletines de prensa; Fedearroz, Encuesta Nacional de Arroz Mecanizado, y cálculos propios.

5.1.2 Índices ponderados de precios

*Todo **índice compuesto** utiliza ponderaciones para agregar sus componentes.*

El análisis de las series originales en valores absolutos se hace más complicado cuando comprende un conjunto de productos. Si se desea establecer, de manera sintética, cuál ha sido la evolución de la producción o los precios de un grupo de productos, tratado en conjunto, se requiere pasar de las cifras producto por producto a medidas más agregadas. En esencia, un índice de *precios* de un conjunto de productos es un índice construido como un promedio ponderado de los precios de los productos individuales, donde las ponderaciones son las cantidades de los productos en un año determinado. De forma semejante, un índice de *cantidades* de un conjunto de productos es un índice construido como un promedio ponderado de las cantidades de los productos individuales, donde las ponderaciones son los precios en un año determinado. Antes de expresar formalmente estas definiciones es útil acudir a un ejemplo para entender el concepto.

Ejemplo 5.3

Por qué los índices simples no funcionan bien con varios productos

Considérese la información del Cuadro 5.3, que se refiere a los volúmenes, precios y valores de producción de los principales cereales en Colombia. Podrían construirse índices con base en los totales, o con base en los promedios simples de los cultivos. Esta alternativa tendría alguna validez para los datos de producción física, dado que todos se encuentran expresados en una unidad común y la agregación tiene un significado claro. Sin embargo, este método de calcular un índice de cantidades no es viable cuando se tienen productos heterogéneos, que no pueden reducirse a unidades físicas comunes. De otra parte, tampoco es totalmente adecuada para fines económicos, ya que asigna la misma importancia a una tonelada de cualquier cultivo, al margen de que sus valores puedan ser muy diferentes. La misma crítica puede hacerse a un índice de precios basado en los promedios de los cinco cultivos, ya que se estaría dando igual importancia al precio de la cebada que al precio del arroz, cuyos volúmenes de producción son muy distintos. Estos índices basados en los promedios simples o en los totales tampoco permitirían deducir en qué medida las variaciones en el valor total de la producción de cereales se deben a cambios en los volúmenes producidos y en qué medida a mayores precios

Cuadro 5.3

Volumen, precios y valor de la producción de cereales 2012-2014

	Producción (miles de toneladas)			Precios por tonelada			Valores corrientes (millones de pesos)		
	2012	2013	2014	2012	2013	2014	2012	2013	2014
Arroz	1,538.0	1,435.0	1,254.0	1,077,669	828,099	840,877	1,657,455	1,188,322	1,054,460
Cebada	8.8	13.1	13.4	428,036	384,268	291,212	3,767	5,034	3,902
Maíz amarillo	1,870.0	1,683.9	1,766.1	705,091	672,995	632,831	1,318,498	1,133,229	1,117,645
Sorgo	34.9	29.8	18.3	592,649	580,672	597,160	20,692	17,327	10,901
Trigo	21.9	17.3	16.6	563,056	583,079	568,863	12,329	10,058	9,452
Total	3,473.6	3,179.0	3,068.4	-	-	-	3,012,741	2,353,969	2,196,360

Fuente: FENALCE y cálculos propios.

Para salvar las deficiencias observadas en el ejemplo anterior es preciso construir índices ponderados que asignen a cada observación un peso proporcional a su importancia. En la construcción de un índice de precios, las cantidades pueden utilizarse como ponderadores, y viceversa. A su vez, en cada caso existen dos alternativas básicas de ponderación, según se tomen las participaciones que correspondan al período base de construcción del índice o al período que se está comparando, que en adelante denominaremos "período corriente".

Ejemplo 5.4

Cálculo de los índices de precios usando ponderaciones

En el Cuadro 5.4 se presenta el método de cálculo del índice de precios de los cereales para 2013, con base en 2012, usando las ponderaciones según uno u otro año. En ambos casos, el método consiste en calcular el promedio ponderado de los precios en el año base y en el año corriente, y obtener el índice entre ambos. Como se observa en el cuadro, el promedio ponderado de los precios de los cereales en 2012 usando las ponderaciones de ese mismo año es $867,330 por tonelada, u $870,302 cuando se utilizan como ponderadores las participaciones de los productos en el período corriente. Como se aprecia, en este caso las diferencias no son importantes. Asimismo, pueden obtenerse los promedios ponderados de los precios en 2013. Finalmente, pueden calcularse los dos índices alternativos, en un caso comparando los precios ponderados por las participaciones del año base:

$$IPL_{13/12} = \frac{\Sigma\, w_0 p_1}{\Sigma\, w_0 p_0} = \frac{739{,}444}{867{,}330} = 85.226$$

y en otro comparando los precios ponderados por las participaciones del año corriente:

$$IPP_{13/12} = \frac{\Sigma\, w_1 p_1}{\Sigma\, w_1 p_0} = \frac{740{,}464}{870{,}302} = 85.08$$

La simbología de estas fórmulas es sencilla: la letra w se refiere a la ponderación, la letra p a los precios y los subíndices 0 y 1 a los períodos. El signo de sumatoria (Σ) pone de presente que los índices involucran varios productos, pero debe notarse que no se utiliza ningún símbolo que los represente (los subíndices se refieren a los períodos). De paso, obsérvese que hemos omitido el símbolo de porcentaje, como lo haremos en lo sucesivo.

Cuadro 5.4

Cálculo de los índices de precios Laspayres y Paasche para los cereales

	Ponderaciones		Precios por tonelada (miles de pesos)		Cálculo de los índices			
Producto	2012 (w_0)	2013 (w_1)	2012 (p_0)	2013 (p_1)	w_0p_0	w_0p_1	w_1p_0	w_1p_1
Arroz	0.4428	0.4514	1,077,669	828,099	477,160	366,658	486,452	373,798
Cebada	0.0025	0.0041	428,036	384,268	1,084	974	1,764	1,583
Maíz	0.5383	0.5297	705,091	672,995	379,579	362,301	373,468	356,468
Sorgo	0.0101	0.0094	592,649	580,672	5,957	5,837	5,563	5,450
Trigo	0.0063	0.0054	563,056	583,079	3,549	3,675	3,055	3,164
Sumatorias	1,0000	1,0000			867,330	739,444	870,302	740,464

Índice de precios Laspayres,

$$IPL_{13/12} = \frac{\Sigma\, w_0p_1}{\Sigma\, w_0p_0} = \frac{739{,}444}{867{,}330} = 85.26$$

Índice de precios Paasche,

$$IPP_{13/12} = \frac{\Sigma\, w_1p_1}{\Sigma\, w_1p_0} = \frac{740{,}464}{870{,}302} = 85.08$$

*Mientras que el **índice de Laspayres** utiliza las mismas ponderaciones del año base para cualquier año corriente, el **índice de Paasche** utiliza las ponderaciones del año corriente en cada uno de los años.*

El índice que utiliza las ponderaciones del año base se conoce con el nombre de *Índice de Precios Laspayres (IPL)* o de ponderaciones fijas, ya que utiliza las mismas participaciones del año base para cualquier año corriente (*véase* el Cuadro 5.4). El índice que utiliza las ponderaciones del año corriente se denomina *Índice de Precios Paasche (IPP)*, o de ponderaciones variables, puesto que en este caso las ponderaciones cambian cada año, aun cuando el índice se refiera a la misma base. Por ejemplo, si se deseara calcular el índice de precios Paasche para 2014 con base en 2012, se tomarían las participaciones de las cantidades en 2014, en lugar de las de 2012 del cálculo inicial.

Según hemos mostrado en el ejemplo, los índices arrojan resultados ligeramente diferentes de la variación de los precios de los cereales entre los dos años; pero no existe ningún criterio que permita decidir cuál de los dos valores es el más acertado. La teoría microeconómica sugiere que lo más probable es que la medida más adecuada de las variaciones de precios esté en algún punto intermedio entre los dos índices.[1] Por consiguiente, la elección del índice será determinada usualmente por razones de facilidad de cálculo, operatividad y consistencia con otras variables, como se observará más adelante.

Las expresiones anteriores de ambos índices pueden reescribirse en términos de los precios y cantidades iniciales. Teniendo en cuenta que, para cada artículo y período la ponderación w es (recuérdese que, por facilidad, no se utiliza ningún símbolo que represente cada uno de los artículos):

$$w = \frac{q}{\Sigma q}$$

En consecuencia, para el Índice Laspayres

$$IPL_{1/0} = \frac{\Sigma\, w_0 p_1}{\Sigma\, w_0 p_0} = \frac{\Sigma \dfrac{q_0}{\Sigma\, q_0} p_1}{\Sigma \dfrac{q_0}{\Sigma\, q_0} p_0} = \frac{\dfrac{1}{\Sigma\, q_0} \Sigma\, q_0 p_1}{\dfrac{1}{\Sigma\, q_0} \Sigma\, q_0 p_0} = \frac{\Sigma\, q_0 p_1}{\Sigma\, q_0 p_0}$$

[1] Por ejemplo, si los índices de precios se utilizan como la medida de la compensación que tendrían que recibir los consumidores para mantener inalterada su utilidad ante un cambio de precios, el índice de Laspayres implica una compensación excesiva respecto al nivel de utilidad del período inicial, porque no tiene en cuenta que el consumo se orientará más hacia los bienes cuyos precios relativos han disminuido, en tanto que el índice de Paasche implicará una compensación insuficiente por la razón contraria.

De igual forma, para el Índice Paasche puede deducirse que

$$IPP_{1/0} = \frac{\Sigma\, w_1 p_1}{\Sigma\, w_1 p_0} = \frac{\Sigma\, q_1 p_1}{\Sigma\, q_1 p_0}$$

Estas son las formas de los índices de precios para el cálculo a partir de valores agregados, en vez de promedios ponderados. Según este método, el índice de precios de Laspayres puede obtenerse como el cociente entre la producción del año base valorada a los precios corrientes, y la misma producción valorada a sus propios precios. Por su parte, el índice de precios de Paasche resulta de comparar el valor de la producción del año corriente, a sus propios precios, con esa misma producción valorada a los precios del año base. Estas formas de cálculo parten de la misma información inicial utilizada en el Cuadro 5.5, pero son operacionalmente más simples, porque no requieren del cálculo inicial de los ponderadores *w*. De ahí que, en la práctica, se usen en lugar de las fórmulas iniciales.

No obstante, hay una tercera forma de expresar los índices, que resulta aún más conveniente de aplicar y que se obtiene modificando las últimas expresiones de la siguiente manera:

$$IPL_{1/0} = \frac{\Sigma\, q_0 p_1}{\Sigma\, q_0 p_0} = \frac{\Sigma\, q_0 p_0 \dfrac{p_1}{p_0}}{\Sigma\, q_0 p_0}$$

$$IPP_{1/0} = \frac{\Sigma\, q_1 p_1}{\Sigma\, q_1 p_0} = \frac{\Sigma\, q_1 p_1}{\Sigma\, q_1 p_1 \dfrac{p_0}{p_1}}$$

Cuadro 5.5

Formas de cálculo de los números índices para el período i con base en el período 0

Clase de índice		*Símbolo*	*Definición como cociente de agregados*	*Formas equivalentes como promedios ponderados*[2]	*A partir de índices individuales*	*Formas implícitas*[3]
Laspayres						
	Precios	$IPL_{i/0}$	$\frac{\Sigma q_0 p_i}{\Sigma q_0 p_0}$	$\frac{\Sigma w_0 p_i}{\Sigma w_0 p_0}$	$\frac{\Sigma q_0 p_0 \frac{p_i}{p_0}}{\Sigma q_0 p_0}$	
	Cantidades	$IQL_{i/0}$	$\frac{\Sigma p_0 q_i}{\Sigma p_0 q_0}$		$\frac{\Sigma p_0 q_0 \frac{q_i}{q_0}}{\Sigma p_0 q_0}$	
Paasche						
	Precios	$IPP_{i/0}$	$\frac{\Sigma q_i p_i}{\Sigma q_i p_0}$	$\frac{\Sigma w_i p_i}{\Sigma w p_0}$	$\frac{\Sigma q_i p_i}{\Sigma q_i p_i \frac{p_0}{p_i}}$	$\frac{1}{IPL_{0/i}}$, $\frac{IV_{i/0}}{IQL_{i/0}}$
	Cantidades	$IQP_{i/0}$	$\frac{\Sigma p_i q_i}{\Sigma p_i q_0}$		$\frac{\Sigma p_i q_i}{\Sigma p_i q_i \frac{q_0}{q_i}}$	$\frac{1}{IQL_{0/i}}$, $\frac{IV_{i/0}}{IPL_{i/0}}$

[2] La ponderación utilizada en los índices de precios se define como $w_0 = \frac{\Sigma q_0}{\Sigma q_0}$ o, $w_1 = \frac{q_i}{\Sigma q_i}$

[3] $IV_{i/0}$ es el índice definido como $w = \frac{\Sigma p_i q_i}{\Sigma p_0 q_0}$

Estas dos fórmulas muestran que los índices ponderados de precios pueden calcularse a partir de los valores de la producción de cada producto al precio del año correspondiente ($q_0 p_0$ y $q_1 p_1$) y de los *índices simples* de precios de cada producto (p_1/p_0 y p_0/p_1). La utilidad de estas expresiones se debe a que, en la práctica, es más común disponer de los índices (o las variaciones) de los precios de los diferentes artículos y de los agregados nominales de producción o ventas, que de datos separados de las cantidades físicas y los precios unitarios correspondientes.

5.1.3 Índices ponderados de cantidades

Los mismos principios que rigen para la construcción de los índices de precios pueden aplicarse a los índices de cantidades. Pueden emplearse dos métodos de ponderación que dan lugar a los *Índices de Cantidades Laspayres (IQL)* y *Paasche (IQP)*, que se expresan inicialmente a partir de valores agregados:

Mientras que los ***índices de precios*** *utilizan las cantidades como ponderadores,* ***los índices de cantidades*** *utilizan los precios como ponderadores.*

$$IQL_{i/0} = \frac{\Sigma p_0 q_i}{\Sigma p_0 q_0}$$

$$IQP_{i/0} = \frac{\Sigma p_i q_i}{\Sigma p_i q_0}$$

Como se aprecia, el cálculo de los índices de cantidades consiste en valorar los volúmenes del año base y del año corriente a unos mismos precios. La aplicación de este método al ejemplo de los cereales puede verse en el ejemplo siguiente.

Ejemplo 5. 5

Cálculo de los índices de cantidades usando ponderaciones

Queremos calcular los índices de cantidades a partir de la información del Cuadro 5.6. Cuando las cantidades de producto se valoran a los precios iniciales, se encuentra que el valor del producto a precios constantes de 2012 pasó de $3,012,741 millones a $2,766,732 millones entre ese año y 2013, de lo cual se deduce un índice de cantidades de Laspayres de 91.83, que implica una disminución del 8.17% en la producción de cereales. Si la valoración se efectúa a los precios de 2013, se obtiene un índice de Paasche de 96.5 que implica una disminución del 3.5% en las cantidades producidas. En este caso la diferencia en los dos cálculos es apreciable, pero no hay un criterio para decidir cuál de los dos cálculos es mejor.

Cuadro 5.6

Cálculo de los índices de cantidades Laspayres y Paasche para los cereales

	Precios por tonelada (pesos)		Cantidades (miles de toneladas)		Cálculo de los índices (millones de pesos)			
Producto/Años	2012 (p_0)	2013 (p_1)	2012 (q_0)	2013 (q_1)	p_0q_0	p_1q_0	p_0q_1	p_1q_1
Arroz	1,077,669	828,099	1,538.0	1,435.0	1,657,455	1,273,616	1,546,455	1,188,322
Cebada	428,036	384,268	8.8	13.1	3,767	5,034	5,607	5,034
Maíz	705,091	672,995	1,870.0	1,683.9	1,318,498	1,133,229	1,187,273	1,133,229
Sorgo	592,649	580,672	34.9	29.8	20,692	17,327	17,684	17,327
Trigo	563,056	583,079	21.9	17.3	12,329	10,058	9,713	10,058
Sumatorias					3,012,741	2,439,263	2,766,732	2,353,969

Índice de cantidades Laspayres, $IQL_{10/09} = \frac{\Sigma p_0 q_1}{\Sigma p_0 q_0} \quad \frac{2,766,732}{3,012,741} = 91.83$

Índice de cantidades Laspayres, $IQP_{10/09} = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_1 q_0} \quad \frac{2,353,969}{2,439,263} = 96.50$

Como se señaló para los índices de precios, no existe ningún criterio a *priori* para decidir cuál de los dos índices es más acertado. Sin embargo, por razones prácticas el índice de cantidades de Laspayres es más conveniente. Cuando se obtienen índices de cantidades para series de varios períodos con una misma base, el índice de Laspayres tiene una gran ventaja sobre el Paasche, por el hecho de que usa los mismos precios del año base para todos los períodos, ya que ello permite comparar un período con otro cualquiera, con un significado preciso: las variaciones de cantidades a unos mismos precios. Por ejemplo, la comparación de los índices base 0 para los períodos 1 y 2 equivale a:

$$\frac{IQL_{2/0}}{IQL_{1/0}} = \frac{\dfrac{\Sigma p_0 q_2}{\Sigma p_0 q_0}}{\dfrac{\Sigma p_0 q_1}{\Sigma p_0 q_0}} = \frac{\Sigma p_0 q_2}{\Sigma p_0 q_1}$$

Podría argüirse que los precios del año 0 no corresponden a ninguno de los dos períodos en comparación, pero dicho argumento sólo tiene validez si se han experimentado cambios importantes en la estructura de precios, como posiblemente tiende a ocurrir en períodos largos de tiempo. Lo que esto quiere decir es que el índice de Laspayres, de base fija, es una buena construcción para períodos cortos, pero no para períodos largos. Aunque el índice de Paasche tiene la ventaja aparente de que mantiene actualizadas sus ponderaciones, en la práctica ello resulta de poca utilidad, ya que en dicho índice no son válidas las comparaciones de períodos cruzados porque las cantidades de cada período se valoran a unos precios diferentes.

La conveniencia del índice de cantidades de Laspayres puede verse también reescribiendo la expresión inicial en forma análoga a como se hizo con los índices de precios (*véase* Cuadro 5.5).

$$IQL_{i/0} = \frac{\Sigma p_0 q_0 \dfrac{q_i}{q_0}}{\Sigma p_0 q_0}$$

Esta expresión muestra que el cálculo del índice para una serie de años (i = 1,2...) solamente requiere disponer de información para los diferentes artículos sobre los valores corrientes del año base, que se toman como ponderadores, y sobre los índices simples de cantidades. En cambio, para un índice Paasche,

$$IQP_{i/0} = \frac{\Sigma p_i q_i}{\Sigma p_i q_i \frac{q_0}{q_i}}$$

se necesita información sobre los valores corrientes de todos los años de la serie, además de los índices simples de cantidades.

Los índices de cantidades de Laspayres tienen, además, la propiedad de ser aditivos: pueden construirse índices de Laspayres a partir de otros más desagregados, es decir,

$$IQL^*_{i/0} = \frac{\Sigma p_0 q_0 IQL_{i/0}}{\Sigma p_0 q_0}$$

En esta expresión, $p_0 q_0$ es el valor corriente del período base para cada uno de los índices componentes, construidos en la forma convencional. Los índices de Paasche no son aditivos y, por tanto, no pueden agregarse para obtener índices de mayor cobertura.

5.1.4 Los índices ponderados y las propiedades básicas

Un ***índice compuesto de valor*** *puede descomponerse en un índice de precios de Laspayres y un índice de cantidades de Paasche, o viceversa.*

Aparentemente los índices de Laspayres superan ampliamente a los de Paasche en términos de facilidad de cálculo y operatividad. Sin embargo, conviene saber cuál de los dos cumple las propiedades básicas de identidad, reversibilidad, transitividad y descomposición de valor mencionadas en la sección 5.1.1. La primera propiedad la satisfacen ambos índices, y no requiere discusión. Respecto a la reversibilidad, puede mostrarse que es una propiedad de la cual carecen ambos índices. Por ejemplo, para el índice de precios de Laspayres:

$$IPL_{1/0} = \frac{\Sigma q_0 p_1}{\Sigma q_0 p_0} \qquad IPL_{0/1} = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_1 p_1}$$

$$IPL_{1/0} \neq \frac{1}{IPL_{0/1}}$$

Igual cosa ocurre con el índice de precios de Paasche:

$$IPP_{1/0} = \frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma q_1 p_0} \qquad IPP_{0/1} = \frac{\Sigma q_0 p_0}{\Sigma q_0 p_1}$$

$$IPP_{1/0} \neq \frac{1}{IPP_{0/1}}$$

Sin embargo, si se combina un índice de Laspayres con uno de Paasche, sí se cumple la condición de reversibilidad; es decir si se toma el índice de Laspayres para el período 1, con base en el período 0, y el de Paasche base 1 para el período 0 (o viceversa).

$$IPL_{1/0} = \frac{\Sigma q_0 p_1}{\Sigma q_0 p_0} \qquad IPP_{0/1} = \frac{\Sigma q_0 p_0}{\Sigma q_0 p_1}$$

$$IPP_{1/0} = \frac{1}{IPL_{0/1}}$$

Por consiguiente, cualquiera de los dos índices podría verse como la forma inversa implícita del otro. No obstante, dado que los índices de Laspayres reúnen una serie de ventajas operativas, como ya hemos visto, debe considerárseles como básicos, y a los de Paasche como implícitos. Debe notarse, asimismo, que la propiedad de reversibilidad se refiere a índices calculados con bases diferentes, y no a los obtenidos con una misma base en una serie de varios años, puesto que entre los datos de una misma serie rigen necesariamente las propiedades de los índices simples.

La tercera propiedad básica, de transitividad, tampoco la satisfacen los índices de Laspayres ni de Paasche, como puede apreciarse en las siguientes expresiones:

$$IPL_{2/1} \times IPL_{1/0} = \frac{\Sigma q_1 p_2}{\Sigma q_1 p_1} \frac{\Sigma q_0 p_1}{\Sigma q_0 p_0} \neq \frac{\Sigma q_0 p_2}{\Sigma q_0 p_0} = IPL_{2/0}$$

$$IPP_{2/1} \times IPP_{1/0} = \frac{\Sigma q_2 p_2}{\Sigma q_2 p_1} \frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma q_1 p_0} \neq \frac{\Sigma q_2 p_2}{\Sigma q_2 p_0} = IPP_{2/0}$$

En este caso, la combinación de los índices no da resultados con sentido, puesto que los índices que se obtienen no corresponden a ninguno de los iniciales. El hecho de que ningún índice cumpla la condición de transitividad implica que cuando dos series de bases diferentes se enganchan, cada una de las series componentes sigue referida a sus métodos de ponderación iniciales. En la sección siguiente discutiremos algunas de las implicaciones de este punto.

La propiedad de descomposición de valor, o de reversión factorial, exige que el producto del índice de precios y el de cantidades sea igual a un índice de valor. Aunque dicha propiedad no la poseen tampoco los índices de Laspayres ni de Paasche aisladamente, sí se cumple cuando se combinan ambos, independientemente de cuál de los dos sea utilizado para los precios y cuál para las cantidades:

$$IPL_{1/0} \times IQP_{1/0} = \frac{\Sigma q_0 p_1}{\Sigma q_0 p_0} \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma q_1 p_0} = \frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma q_0 p_0} = \mathrm{IV}_{1/0}$$

$$IPP_{1/0} \times IQL_{1/0} = \frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma q_1 p_0} \frac{\Sigma p_0 q_1}{\Sigma p_0 q_0} = \frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma q_0 p_0} = \mathrm{IV}_{1/0}$$

En consecuencia, aquí también uno de los dos índices puede verse como la forma implícita del otro. Por las razones ya señaladas, deben considerarse los de Paasche como la forma implícita (*véase* Cuadro 5.5):

$$IPP_{1/0} = \frac{IV_{1/0}}{IQL_{1/0}}$$

$$IQP_{1/0} = \frac{IV_{1/0}}{IPL_{1/0}}$$

En conclusión, dado que los índices de Laspayres no reúnen las propiedades básicas por sí solos, pero sí las de reversibilidad y descomposición de valor cuando se combinan con los de Paasche, ambos se mantienen en escena, los de Laspayres como índices básicos y los de Paasche como conceptos derivados o implícitos.

Desde un punto de vista puramente formal, puede construirse un índice que reúne las propiedades de reversibilidad y descomposición de valor (aunque no la de transitividad) y que resulta de una combinación de los índices de Laspayres y Paasche. Se trata del *índice ideal de Fisher*, que se obtiene como un promedio geométrico de los otros dos índices. Entonces, para el índice de precios y de cantidades, respectivamente,

Un ***índice de valor de Fisher*** *puede descomponerse como un índice de precios de Fisher y un índice de cantidades de Fisher.*

$$IPF_{1/0} = \sqrt{(IPL_{1/0} \times IPP_{1/0})} = \sqrt{\frac{\Sigma q_0 p_1}{\Sigma q_0 p_0} \frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma q_1 p_0}}$$

$$IQF_{1/0} = \sqrt{(IQL_{1/0} \times IQP_{1/0})} = \sqrt{\frac{\Sigma p_0 q_1}{\Sigma p_0 q_0} \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_1 q_0}}$$

No obstante sus propiedades, cuya demostración se deja como ejercicio al lector, un índice de esta naturaleza tiene exigencias excesivas de información y procesamiento, lo cual lo hace inoperante. Además, no constituye un índice necesariamente más "correcto" que los anteriores desde un punto de vista teórico.

5.2 Usos de los índices como deflactores y enganche de series

5.2.1 Los índices de precios como deflactores

El proceso de convertir a precios constantes una serie que se encuentra inicialmente en valores corrientes se denomina deflactación. Para eso sirven los índices de precios.

El proceso de convertir a *precios constantes* una serie que se encuentra inicialmente en valores corrientes se denomina *deflactación*. Para deflactar el valor de una serie simple, como la producción de arroz del comienzo de este capítulo (Cuadro 5.2), basta con dividir los valores de producción en pesos corrientes de cada año por el índice de precios con base en un año cualquiera. La serie que se obtiene es el valor de la producción a precios constantes del año escogido. Si se calcula un índice de dicha serie, con base en el mismo año, puede verse que es idéntico al índice de volumen correspondiente (compárense los resultados del Cuadro 5.7 con las cifras del Cuadro 5.2).

Cuadro 5.7

Cálculo del valor de la producción de arroz a precios constantes de 2013

Años	Valor de la producción en pesos corrientes (millones)	Valor de la producción en precios constantes de 2013	Índice base 2013 del valor de la producción a precios constantes de 2013=índice de cantidades base 2013
2010	890,729	1,172,341	98.7
2011	1,707,900	1,452,129	122.2
2012	1,657,455	1,272,286	107.1
2013	1,188,322	1,188,322	100.0
2014	1,054,460	1,039,712	87.5

Si la serie que se busca deflactar es un agregado, el índice de precios que debe aplicarse será un índice ponderado. De la discusión anterior sobre las relaciones entre los índices Laspayres y Paasche se deduce que el deflactor adecuado es un índice de precios de la forma Paasche, con el cual se consigue que las cantidades de cualquier período queden valoradas a los precios de un mismo año base (0):

$$\frac{\Sigma p_i q_i}{IPP_{i/0}} = \frac{\Sigma p_i q_i}{\dfrac{\Sigma p_i q_i}{\Sigma p_0 q_i}} = \Sigma p_0 q_i$$

Ejemplo 5.6

Deflactación de una serie usando un índice de precios

Queremos obtener el valor de la producción de los cereales del 2013 a *precios constantes* de 2012 a partir del valor corriente del 2013 y el índice de precios Paasche de 2012. Si se toma el valor corriente de la producción de cereales en 2013, según el Cuadro 5.3 ($2,353,969), y se divide por el índice de precios Paasche correspondiente, con base en 2012 (0.8508, *véase* el Cuadro 5.4), se obtiene el valor de la producción de 2013 a *precios constantes* de 2012 ($2,766,771). Debe advertirse que este cálculo es preciso en la medida en que lo sea el índice de precios utilizado como deflactor. En este caso, con un índice que tiene sólo cuatro dígitos, solo los primeros cuatro dígitos del resultado tienen validez. En efecto, en el Cuadro 5.6 puede verse que al multiplicar directamente las cantidades de 2013 por los precios de 2012 ($\Sigma p_0 q_1$) el resultado es 2,766,732, que no es exactamente el que acabamos de obtener.

Puesto que no es práctico ni usual construir índices de Paasche directamente, dado que éstos se obtienen más fácilmente de forma implícita, como vimos en la sección anterior, se deduce que la deflactación es un subproducto del cálculo del índice de cantidades de Laspayres, cuyo numerador, $\Sigma p_0 q_i$ es el resultado buscado. El cociente entre la serie inicial, en valores corrientes, y la serie a precios constantes obtenida es el *deflactor implícito* de la serie que, formalmente, equivale a un índice de precios Paasche:

$$\textit{Deflactor implícito} = \frac{\Sigma p_i q_i}{\Sigma p_0 q_i} = IPP_{i/0}$$

Sin embargo, en un terreno práctico, es común efectuar deflactaciones con índices de precios de Laspayres, lo cual no implica distorsiones importantes en los resultados si la composición en que se basan las ponderaciones fijas del índice de precios es similar a la del período corriente del agregado que se deflacta:

$$\frac{\Sigma p_i q_i}{IPL_{i/0}} = \frac{\Sigma p_i q_i}{\dfrac{\Sigma p_i q_0}{\Sigma p_0 q_0}} \approx \Sigma\, p_0 q_i \text{ , si } \frac{q_i}{\Sigma\, q_i} \approx \frac{q_0}{\Sigma\, q_0} \text{ para cada producto}$$

Por consiguiente, la validez de las deflactaciones realizadas con índices de precios de base fija depende de la estabilidad de la composición del agregado y de su similitud con la del deflactor. Este es un criterio importante para seleccionar los índices de precios que deben utilizarse a fin de deflactar series que no disponen de su propio índice de precios. Supóngase, por ejemplo, que se desea expresar en precios constantes el valor de las ventas del comercio, pero no existe un índice de precios elaborado específicamente a partir de las estadísticas de precios y cantidades del sector. Entonces será necesario acudir a un índice alternativo, cuya estructura se asemeje a la de las ventas del comercio pero que puede haber sido construido para otros fines. No obstante, a menudo se presenta otro problema diferente en la selección de los deflactores, que consiste en que la variable que se desea deflactar no es teóricamente susceptible de descomposición entre cantidades y precios. Tómese por caso el ahorro de la economía: no puede hablarse de sus precios y cantidades y, por tanto, no existe un "índice de precios del ahorro". En consecuencia, la escogencia del deflactor debe basarse en otros criterios, dependiendo de la finalidad de la deflactación. Si la deflactación es necesaria para mantener la consistencia entre diferentes agregados macroeconómicos, el deflactor vendrá dado implícitamente por los de las demás variables. Así, para mantener en precios constantes la igualdad macroeconómica entre el ahorro y la inversión, el deflactor del ahorro es necesariamente el mismo índice de precios de la inversión. Sin embargo, el propósito de la deflactación puede ser analizar la evolución de la capacidad de compra de los ahorros en términos de cierto tipo de bienes (de consumo durable o de bienes de importación, por ejemplo), lo cual determinará cuál es el deflactor adecuado.

Es usual también que, aunque sea factible obtener un índice de precios específicos para la variable en cuestión, no sea de utilidad para los fines de la deflactación. Por ejemplo, si el objeto de deflactar la remuneración de los asalariados es determinar la evolución de la capacidad de compra de la clase trabajadora, el deflactor adecuado será un índice de precios de los bienes de consumo que tenga una composición que refleje los patrones de gasto de los trabajadores y no un índice de salarios, que sería el índice de precios correspondiente a la serie de remuneración a los asalariados.

5.2.2 Enganche de series y cambios de base

Uno de los problemas más comunes en el manejo de índices consiste en elaborar series largas a partir de otras de menor cubrimiento, cuyas bases son diferentes, pero las cuales tienen algunos períodos en común. Esto se conoce usualmente como "enganche de series", y el método consiste sencillamente en "cambiarle la base" a una de las series para que quede con la misma base que la otra. Todo consiste en aplicar una regla de tres, como se explica en el Ejemplo 5.7.

Ejemplo 5.7

Cálculos para enganchar series

En el Cuadro 5.8 se presentan tres índices de la producción de arroz, relacionados entre sí en cada caso al menos por un año en común. Para obtener una sola serie es preciso reducir los tres índices a una misma base, lo que equivale a cambiar la escala de las series que están expresadas en una base diferente. Para convertir el índice base 2004 a base 2008 el factor de escala será el inverso de 234.1, dado que tal es el valor del índice en ese año. Aplicando dicho factor a todas las observaciones, se obtienen los datos del índice entre 2005 y 2009 de la última columna del cuadro. Puede advertirse que el dato así obtenido para 2009 (90.5) es igual al de la serie original de 2008 que ya se tenía. Esta es una implicación de la propiedad de transitividad de que gozan los índices simples, como se mencionó antes. También puede mostrarse que las diferencias proporcionales entre cualquier par de datos de la serie original se conservan en la serie con la nueva base, es decir, que la tasa de crecimiento de la producción entre año y año que se obtienen de la serie transformada a la base 2008 son iguales a la de la serie original, lo cual implica que en un índice simple de cantidades es indiferente el año de comparación que se utilice, dado que ello no altera la evolución del índice.

Cuadro 5.8

Índices de la producción de arroz 2005-2011

Años	Índice original base 2006=100	Índice original base 2008=100	Índice original base 2014=100	Índice enganchado base 2008=100
2007	101.3			91.7
2008	110.4	100.0		100.0
2009	108.0	97.8		97.8
2010		88.2	91.3	88.2
2011		78.0	99.2	78.0
2012			94.4	74.2
2013			94.3	74.1

Fuente: Fedearroz y cálculos propios.

*Todo **número índice** tiene un periodo de base en que es igual a 1(o 100). Un **cambio de base** consiste en cambiar el periodo en el que el índice toma el valor de 100.*

Veamos ahora, con expresiones matemáticas, el caso de dos series en precios constantes. Por ejemplo, si para el período $o - s$ se tiene la serie en precios del año o, $p_o q_i$, y para el período $s - t$ la serie en precios del año s, $p_s q_i$, el enganche de esta última serie se hace multiplicando todos sus datos por el factor de escala p_o / p_s, que resulta de la relación entre las dos observaciones que se tienen para el año s: $p_o q_s / p_s q_s$. Puesto que $p_s q_i \times p_o / p_s = p_o q_i$, esta transformación convierte la serie del período $s - t$ a los mismos precios constantes (p_o) de la serie para el período $o - s$. Tampoco en este caso el cambio de escala altera la evolución de la serie. En síntesis, el *enganche de índices simples* (o de valores en precios constantes) es una transformación aritmética que simplemente reduce a un factor de escala común series que se encuentran en bases diferentes.

Las cosas son un poco más complicadas cuando se trata de *enganches de índices ponderados*, porque el año de base utilizado para el cálculo del índice inicial determina un sistema de ponderaciones que no se modifica con un cambio de escala. Supóngase que se tiene un índice de precios base o de tipo Laspayres, que cubre el período $o - s$:

$$IPL_{i/0} = \frac{\Sigma\, q_0 p_i}{\Sigma\, q_0 p_0} \qquad i = o \ldots . s$$

y otro índice de la misma forma con base en el período s, que cubre el período $s - t$:

$$IPL_{i/s} = \frac{\Sigma\, q_s p_i}{\Sigma\, q_s p_s} \qquad i = s \ldots . t$$

Si se enganchan estos dos índices cambiando la escala del primero de acuerdo con la relación entre uno y otro en el período s, se estaría efectuando implícitamente la operación de multiplicar cada uno de los datos del primer índice por la siguiente constante:

$$\frac{\dfrac{\Sigma\, q_s p_s}{\Sigma\, q_s p_s}}{\dfrac{\Sigma\, q_0 p_s}{\Sigma\, q_0 p_0}} = \frac{1}{\dfrac{\Sigma\, q_0 p_s}{\Sigma\, q_0 p_0}}$$

Mediante esta operación, el primer índice quedaría convertido en:

$$\frac{\dfrac{\Sigma\, q_0 p_i}{\Sigma\, q_0 p_0}}{\dfrac{\Sigma\, q_0 p_s}{\Sigma\, q_0 p_0}} = \frac{\Sigma\, q_0 p_i}{\Sigma\, q_0 p_s}$$

Lo cual no es, en sentido estricto, un cambio de base, porque el índice mantiene sus ponderaciones fijadas en el período *o* (dados por el elemento q_o), sino un cambio del período de referencia. Como resultado del cambio de escala el índice queda ahora igual a 1 en el período *s*.

Puesto que lo único que se ha hecho es cambiar la escala, la evolución del índice (en el período $o - s$) continuará siendo la misma, mostrando las mismas variaciones porcentuales de año que cuando estaba referida al año *o*.

El hecho de que cada uno de los índices tenga su base y sus ponderaciones diferentes implica que si hay varios años comunes entre ambos, la evolución que muestran no es necesariamente igual. Además, por lo regular los índices de diferentes bases no sólo tienen ponderaciones diferentes entre los mismos artículos, sino coberturas distintas.

Para evitarle al usuario los problemas que implica enganchar índices de precios o cantidades, las entidades responsables ya no publican índices con bases distintas (como ocurría el siglo pasado), sino que, cuando hay cambio de base (es decir, de la canasta de bienes utilizada para las ponderaciones), recalculan todos los datos anteriores del índice que sea posible y hacen los enganches que hagan falta. Mencionaremos algunos ejemplos de esta práctica en las secciones siguientes. El usuario avezado debe tener en cuenta que en series largas son usuales los cambios de base, aunque no se presenten, pues las canastas pierden validez con el tiempo a medida que aparecen nuevos productos, pierden importancia otros, y cambian las calidades y características de los incluidos originalmente. Como esto es inevitable, es importante tener en cuenta sus implicaciones. Lo primero que debe recordarse es que las series enganchadas continúan *basadas* en sus ponderaciones iniciales, y que el comúnmente llamado *cambio de base* que se hace para lograr el enganche es apenas un cambio de referencia del período en el que el índice se hace igual a 100 (o a la variable de precios constantes equivalente a la de precios corrientes).

En segundo lugar, las series transformadas dejan de tener su forma inicial, como se vio en las expresiones anteriores, y por consiguiente pierden dos propiedades importantes: una, la de descomposición de valor en combinación entre los índices de Laspayres y los implícitos de Paasche, y otra, la de aditividad, propia de los índices de Laspayres. Sin embargo, la pérdida de la propiedad de descomposición de valor sólo implica por lo regular un sacrificio poco importante en el nivel de exactitud. Las implicaciones de la ausencia de aditividad pueden ser más sustanciales, y en la práctica impiden el uso de estos procedimientos en sistemas de cuentas que exigen consistencia entre diferentes agregados.

5.3 Los índices de precios al consumidor y al productor

El índice de precios al consumidor, IPC es un indicador del comportamiento de precios al por menor de un conjunto de bienes y servicios de consumo final

En Colombia el DANE calcula diversos índices de precios que buscan medir las variaciones en el valor de la canasta de compras de bienes y servicios de los hogares, o de los precios pagados a los productores de diversos grupos de bienes y servicios, o de los costos de los insumos adquiridos por diversos sectores productivos, como la construcción, la educación superior o el transporte de carga. El DANE calcula incluso un índice de costos de las campañas electorales. En esta sección nos ocuparemos solamente del índice de precios al consumidor (IPC) y del índice de precios al productor (IPP), puesto que son los de mayor cobertura y los de mayor utilidad.

5.3.1 El índice de precios al consumidor

El índice de precios al consumidor, IPC, es un indicador del comportamiento de precios al por menor de un conjunto de bienes y servicios de consumo final que demandan los consumidores. Por su objetivo, cobertura y frecuencia es la medida más utilizada de la inflación. El Recuadro 5.1 resume la historia del *IPC*, que se remonta a 1918.

Recuadro 5.1 Un siglo de historia del IPC

Prácticamente todos los países cuentan con *IPC* construidos con metodologías semejantes a la del *IPC* colombiano. Los primeros cálculos de índices de precios en el país se hicieron en 1918 para Medellín y en 1923 para Bogotá. Por la misma época, el Banco de la República elaboró un índice de precios para establecer la tendencia nacional del comportamiento de los artículos alimenticios. En 1937 la Contraloría General de la República empezó el cálculo de un índice mensual para

Bogotá, con base en la composición del presupuesto de las familias, obtenida en una encuesta realizada el año anterior, y luego se comenzó a calcular para otras ciudades. El DANE empezó a calcular índices de precios mensuales para dos estratos socioeconómicos y siete ciudades en 1954. Esa primera serie, denominada *IPC-20,* subsistió hasta 1979, cuando fue remplazada por el *IPC-40,* que cubrió desde diciembre de 1979 hasta diciembre de 1988. Le siguió el *IPC-60* que estuvo en vigencia desde diciembre de 1988 hasta diciembre de 1998, y amplió la cobertura geográfica de siete a trece ciudades. Después estuvo vigente el *IPC-98*, el cual tuvo en cuenta los cambios que habían tenido hasta entonces los patrones de gasto de las familias e introdujo un novedoso sistema de seguimiento de precios para mantener actualizada la composición de los artículos dentro de cada grupo de bienes y servicios considerados. Desde 2008 está vigente el *IPC-08,* que se basa en los patrones de gasto de 2006-7 y cubre 24 ciudades.

Los índices de precios al consumidor se construyen mediante el método de Laspayres de ponderaciones fijas a partir de grupos de artículos seleccionados que conforman la "canasta básica"[4] en el período base. El sistema de ponderaciones para los artículos seleccionados se basa en las encuestas de ingresos y gastos que realiza el DANE, de acuerdo con las cuales se obtiene información sobre la manera como los hogares distribuyen su presupuesto en un período de tiempo (diario, semanal, mensual, semestral y anual), con lo cual se determinan los hábitos de consumo y la estructura del gasto de la población. De estas encuestas se derivan los valores, la estructura y la periodicidad de los gastos de consumo de los hogares de forma muy detallada, permitiendo continuidad en la información estadística y cierto grado de comparabilidad internacional.

A continuación se describen los aspectos más importantes del *IPC-08:*

1. Cubrimiento. El *IPC-08* cubre 24 ciudades capitales de departamento. Sólo permanecen aún sin cubrir las capitales de los departamentos de Amazonas, Arauca, Casanare, Guainía, Guaviare, Putumayo, Vaupés y Vichada.

[4] La canasta básica del IPC difiere de la denominada "canasta familiar". La primera se basa en los patrones de consumo de todos los hogares del país (hogares de ingresos bajos, medios y altos), mientras que la segunda tiene en cuenta sólo los estratos de trabajadores que devengan salario mínimo. Véase "El IPC en Colombia: 50 años de un dato de coyuntura", Boletín de Estadística 600, marzo 2003.

2. Estratos socioeconómicos. Se utiliza el nivel de ingreso de los hogares para hacer la estratificación. Para definir los grupos se calcula el ingreso per cápita normalizado (que considera el número de miembros del hogar y la estructura de edades de los mismos) y se clasifican en el grupo de ingresos bajos al 50% de los hogares con el ingreso per cápita normalizado más bajo, en el grupo de ingresos medios al siguiente 45% de los hogares, y en el grupo de ingresos altos al 5% restante.

3. Clasificación de los artículos. Los bienes y servicios se escogen teniendo en cuenta que su consumo se derive de decisiones libres del consumidor y de transacciones de mercado. Los nueve grupos de gastos considerados en el *IPC-08* son: alimentos; vivienda; vestuario; salud; educación; cultura, diversión y esparcimiento; transporte; y otros gastos. Aparte de esta clasificación por grupos, que responde a la finalidad del gasto, cada grupo se subdivide en subgrupos de gasto, que permiten identificar los sectores productivos donde se originan los artículos. En total existen 34 subgrupos, que tienen correspondencia con la clasificación por ramas de actividad de los sectores de cuentas nacionales. Cada subgrupo se divide en clase de gasto y éstos, a su vez, en tipos de gasto básico.

4. Artículos escogidos. El proceso de selección de artículos en el *IPC-08* se basó en varios criterios. El más importante fue la participación del "gasto básico" (véase el punto siguiente) en el gasto total de los hogares. Un segundo criterio fue la frecuencia de demanda: si un artículo presentaba una frecuencia de demanda superior al 30% de los consumidores, fue incluido sin importar su peso relativo en el gasto. Además fueron incluidos artículos con altas expectativas de crecimiento en la demanda al momento de construir la canasta, con el fin de evitar una rápida desactualización. Adicionalmente, los productos que componen el gasto de salud se determinaron de acuerdo con el perfil epidemiológico de las regiones y el país. Por último, se tuvo en cuenta que los bienes escogidos cumplieran con tres condiciones: permanencia en el mercado, posibilidad de establecer sus precios de forma representativa, y ser artículos de consumo habitual.

5. Sistema de ponderaciones. Todo el sistema de ponderaciones se basa en los valores del gasto. Los artículos se ponderan según su importancia en el gasto de cada estrato de cada ciudad y, a su vez, éstos se ponderan según el tamaño relativo de su gasto de consumo dentro del agregado correspondiente. Se utilizan dos niveles en la estructura de ponderaciones, uno fijo y otro flexible, lo cual permite actualizar la canasta de bienes y servicios por cambios en el consumo final, en un período de tiempo relativamente corto. El componente fijo tiene asociada una ponderación fija sobre el nivel de "gasto básico" derivada de las encuestas de ingresos y gastos del 2006-7, ponderación que permanece

inalterada durante la vigencia del índice. El componente flexible se ubica por debajo del gasto básico y permite cotizar precios sobre una gama más amplia de bienes y servicios, capturando la heterogeneidad de la demanda entre individuos y regiones del país y haciendo explícitos los procesos de sustitución que el consumidor puede hacer a nivel de artículos o entre variedades de ellos, e incluso incorporando el efecto de la aparición de un nuevo artículo. Tiene la ventaja adicional de que, con base en un análisis económico y estadístico especializado, otorga una mayor rapidez en la actualización del patrón para el seguimiento de precios, con lo cual se minimizan los sesgos en la medición que pueden surgir cuando se está trabajando el índice con base en una estructura muy rígida y con períodos de actualización muy extensos. El cálculo del índice total se efectúa a partir de este nivel. El procedimiento consiste en calcular para cada fuente informante f_i el índice simple de variación de precios del bien o servicio $\frac{p_t, f_i}{p_{t-1}, f_i}$ y a partir de ahí calcular el índice promedio de variación como un promedio geométrico[5]:

$$\text{Índice de variación promedio} = \sqrt[i]{\frac{p_t, f_1}{p_{t-1}, f_1} \times \frac{p_t, f_2}{p_{t-1}, f_2} \times \frac{p_t, f_3}{p_{t-1}, f_3} \times \cdots\cdots}$$

donde *i* es el número de fuentes informantes, o sea el número de índices simples que intervienen en el cálculo. Con este índice de variación se indexa el valor del índice del bien o servicio del período anterior. Luego se agrega en su correspondiente gasto básico. El resto de la estructura se obtiene por agregaciones sucesivas sobre las categorías que componen el nivel fijo, mediante la sumatorias aritméticas que conservan las ponderaciones del índice de Laspayres.

6. *Fuentes de información. El IPC-08* recoge información de unas 55,000 fuentes. Los establecimientos de comercio minorista, que son la principal fuente de información, se escogen por métodos no probabilísticos, teniendo en cuenta las siguientes características: abundante variedad de artículos para la venta al por menor, ubicación en sitios de gran afluencia de compradores, buen volumen de ventas al por menor y especialización en la venta de uno o varios artículos o en la prestación de uno o varios servicios. También son fuente de información los hogares (para precios de vivienda arrendada), las

[5] En la medida en que la razón geométrica otorga mayor estabilidad y consistencia en la producción de los índices simples, hay dos ventajas para este tipo de índices. En primer lugar, el cálculo de los índices simples queda menos sesgado por las cotizaciones extremas (que pueden resultar de errores de observación o de peculiaridades individuales poco representativas), corriéndose así una posible razón de volatilidad artificial en los resultados. En segundo lugar, está la consistencia de los resultados, pues con este tipo de índices la variación del promedio es igual al promedio de las variaciones.

empresas de servicios públicos domiciliarios, los establecimientos educativos, las alcaldías, las entidades prestadoras de servicios de salud, servicios de diversión y esparcimiento y los establecimientos financieros.

7. Frecuencia de recolección de la información. La recolección de la información para detectar los cambios en precios se hace mensualmente. Sin embargo, no toda la canasta se investiga simultáneamente. Dependiendo de la frecuencia de cambio, se determinan fracciones de muestra mensual, con lo cual siempre se puede obtener un precio testigo que permite capturar incrementos inesperados en cualquiera de los bienes y servicios de la canasta. De manera que la frecuencia con la que se visita cada establecimiento depende del tipo de artículo. Aquéllos cuya frecuencia de cambio es mayor se investigan todos los meses. Es el caso de los alimentos, para el cual las visitas se distribuyen por tercios en grupos de diez días a lo largo del mes. También son los casos de los servicios públicos y los pasajes de avión, donde las visitas se hacen sin ninguna distribución específica en el mes. Los medicamentos y los artículos de aseo personal y de hogar se recolectan bimestralmente lo que significa que cada mes se investiga el 50% de los informantes. La frecuencia es trimestral para vestuario, muebles, aparatos domésticos y útiles escolares (una tercera parte de los informantes es visitada mensualmente); cuatrimestral para arrendamientos (se visita mensualmente el 25% de los informantes), y semestral y anual para servicios educativos y textos escolares. Finalmente, unos pocos artículos tienen periodicidad abierta, sujeta al momento en que ocurren sus cambios de precios. Es el caso de los cines, los combustibles, el transporte urbano y la lotería.

8. Difusión de los resultados. Los resultados se calculan inicialmente en la forma de índices con respecto al período base (diciembre 2008 = 100). A partir de esta forma de presentación pueden obtenerse las variaciones porcentuales de un mes cualquiera en relación con el mismo mes del año anterior ("acumulado año completo"), con respecto a diciembre del año anterior ("acumulado año corrido"), o en relación con el mes inmediatamente anterior. Los principales resultados se publican en los primeros días del mes siguiente al de referencia en la forma de boletines de prensa y avances estadísticos. Valga decir que el *IPC* no mide niveles de precios, sino variaciones. Por consiguiente, el *IPC* tampoco indica qué ciudad, estrato socioeconómico o grupo de artículos es más caro que otro, como a menudo se interpreta en los medios periodísticos. El *IPC* no permite deducir qué tan caros son los artículos, sino qué tan rápido suben sus precios.

5.3.2 El índice de precios al productor

*El **índice de precios al productor, IPP** mide los precios de una canasta de bienes representativos de la oferta de bienes producidos domésticamente.*

El objetivo del *índice de precios al productor*, *IPP*, es medir la evolución de las cotizaciones en su primer canal de distribución de los bienes (sin incluir servicios) más característicos de la producción nacional. El *IPP* tiene una historia más corta pero metodológicamente más compleja que el *IPC,* la cual se resume en el Recuadro 5.2.

Recuadro 5.2 El IPP: Una historia de ajustes y ampliaciones

Entre 1948 y 2005, el Banco de la República elaboró mensualmente el índice de *precios al productor, IPP*, que en un principio se conoció con el nombre de *índice de precios al por mayor, IPM*. El DANE asumió esta responsabilidad en 2006.

La cobertura del primer *IPM* se limitó a Bogotá y lo conformaban apenas 220 artículos. En 1951 fue reestructurado y ampliado y en 1970 empezó a cubrir 14 ciudades y 540 artículos seleccionados y ponderados según su importancia en el valor de la producción, las importaciones y las exportaciones. Los precios que se investigaban eran los que pagaba el intermediario al productor en el caso de artículos de producción agrícola, el mayorista al productor cuando se trataba de bienes manufacturados y el importador (cobrados por el exportador) en productos negociados con el exterior. Las clasificaciones empleadas fueron la Clasificación Uniforme del Comercio Internacional (CUCI), la Clasificación Industrial Internacional Uniforme, CIIU, y la Clasificación según Uso o Destino Económico, Cuode, siendo esta última la única vía por la cual se podía llegar al total nacional, con un promedio ponderado de índices.

Durante su vigencia se detectaron algunos problemas inherentes a la metodología de cálculo y a su objetivo de medición. En efecto, cada artículo pertenecía sólo a un grupo de clasificación Cuode, lo cual resultaba inconsistente debido a que muchos bienes pueden ser utilizados como productos intermedios o como bienes de consumo final. Por otra parte, se incluían productores y distribuidores mayoristas y, por tanto, se mezclaban los diferentes canales de distribución y comercialización, generando heterogeneidad en el origen de la información, lo cual llevaba a diversas interpretaciones y a confusión respecto a lo que se quería medir.

Para resolver estos inconvenientes, a partir de enero de 1991 (con base diciembre 1990=100) entró a operar el primer índice de precios al productor, *IPP,* propiamente dicho. Su objetivo era medir la variación de los precios del productor en su primer nivel de comercialización sobre una canasta de bienes representativa de la oferta interna de la economía,[6] a los cuales se les asignaba un uso o destino económico diferente al de los bienes exportados, para los cuales se les calculaba un índice de forma paralela. Sin embargo, este índice presentaba doble contabilidad de precios ya que contenía la demanda intermedia (materia prima) en su cálculo.

La metodología empleada para la construcción del *IPM* y sus actualizaciones, y posteriormente para el primer *IPP,* fue el sistema de ponderaciones fijas a nivel de artículo sobre una canasta de bienes, lo cual hacía que el índice perdiera vigencia rápidamente en el tiempo tanto en su estructura de ponderaciones como en la canasta de artículos que lo componían.

En 1999, el Banco de la República inició la elaboración de un nuevo *IPP* con base en junio de ese año con una canasta de artículos compuesta para reflejar únicamente el valor agregado de la economía, es decir, excluyendo la producción intermedia del cálculo del índice total.[7] La responsabilidad de elaboración del *IPP* pasó en 2006 al DANE. La principal modificación que hizo el DANE al asumir esta labor fue introducir un método de agregación de los productos con base en una clasificación internacional *(la clasificación central de productos, CPC*, por sus siglas en inglés).

Finalmente, en enero de 2015 entró en vigencia el IPP-2014, en el cual se introdujo un índice agregado de la producción nacional (sin importar su destino) y se rediseñaron algunos aspectos del índice para ajustarse a las convenciones estadísticas internacionales y actualizar las canastas de productos. Actualmente el DANE presenta, junto con la nueva serie base diciembre 2014=100, las series empalmadas desde junio de 1999 de los IPP-99 e IPP-2006.

[6] La oferta interna se define como el agregado de la producción nacional más las importaciones menos las exportaciones, como se estudia en detalle en el Capítulo 6.
[7] La metodología del IPP-99 adoptó el enfoque de la matriz insumo-producto, que se estudia en el Capítulo 13.

El *IPP* muestra los cambios de precios de grupos de productos de toda la producción nacional y según distintas clasificaciones, tales como la Clasificación Internacional Industrial Uniforme (CIIU, Revisión 3) que agrupa los bienes según su origen sectorial; la Clasificación según Uso o Destino Económico (Cuode), que distingue consumo final, materias primas y bienes intermedios, bienes de capital y materiales de construcción; y la clasificación según procedencia de los bienes: de producción nacional (distinguiendo entre producidos para el consumo interno y para la exportación) e importados.[8]

El precio que se observa en el caso de los bienes producidos y consumidos es el valor que recibe el productor por la venta de la misma cantidad de un bien, pagado de contado contra entrega, excluidos los impuestos al consumo y el IVA, incluidas todas las rebajas y descuentos y sin considerar los gastos de transporte entre el vendedor y el comprador. En el caso de los productos agrícolas, se toma la información de las centrales de abastos y de los principales centros de acopio del país. En el caso de los importados, interesa captar el precio más cercano a CIF (costo, seguro y flete) que representa el costo de entrada de las mercancías al país, y en el caso de los exportados el precio más próximo a FOB (libre a bordo de la nave o vehículo), que representa el precio de salida del país.

El *IPP* es un índice de Laspayres modificado, que utiliza un sistema mixto de ponderaciones fijas y flexibles (lo mismo que el *IPC*). La canasta de productos se establece con base en la Encuesta Anual Manufacturera (EAM) para los productos industriales, el Sistema de Cuentas Nacionales (SCN) para los sectores de agricultura, pesca, silvicultura y minería; y las estadísticas de comercio exterior para los productos de importación y exportación. Las ponderaciones fijas se calculan de forma que se asegure la consistencia con los balances de oferta-utilización de bienes del año 2011, suministrado por el Sistema de Cuentas Nacionales (*véase* el Capítulo 12). Las ponderaciones flexibles se aplican al nivel de los artículos. Tanto los artículos como las cotizaciones de este nivel pueden variar en el tiempo y sólo ante un cambio significativo pueden implicar cambios en las ponderaciones a niveles más agregados de clasificación. De esta manera, se facilita la actualización del índice y se pueden asignar ponderaciones a los precios de los productos de acuerdo con los lugares de producción (como en el caso de los productos agrícolas).

[8] En el Capítulo 7 se describen en mayor detalle estas clasificaciones

5.4 Indicadores de precios relativos

Un ***precio relativo*** *es el valor resultante de dividir el precio de un bien en relación con el precio de otro bien en la misma moneda.*

El concepto de *precio relativo* se refiere al valor resultante de dividir el precio de un bien en relación con el precio de otro bien en la misma moneda. De esta manera se obtiene cuántas unidades se deben recibir de un bien (denominador) a cambio de una unidad del otro (numerador). Como hemos visto, el cálculo de índices *ponderados* de precios tiene por objeto medir las variaciones de los precios de *grupos* de bienes que no tienen una unidad física común. *Los índices de precios relativos* tienen una función semejante: comparar la evolución de los precios de dos grupos de bienes que no tienen una unidad física común. Un índice de precios relativos es, por consiguiente, el cociente entre dos índices de precios ponderados. Para hacer viable la comparación es preciso que ambos índices tomen el valor de 100 en el mismo año, de forma que el índice de precios relativos resultante para un año cualquiera pueda interpretarse como el cambio porcentual en el precio relativo con respecto a dicho año. Es usual que el nombre que se da al índice resultante sea el del índice utilizado en el numerador. Así, el índice de precios relativos de los alimentos es un índice de precios de los alimentos dividido por algún otro índice. Por supuesto, ésta es una imprecisión, ya que deja la duda sobre cuál es el índice utilizado en el denominador (aunque, presumiblemente, debe tratarse de algún índice que represente el conjunto de todos los bienes de la economía). En sentido estricto, por consiguiente, siempre que se habla de un índice de precios relativos deben especificarse ambos índices.

Una forma particular de índices de precios relativos son los denominados usualmente índices "reales" o de poder de compra. Por ejemplo, un índice de los salarios reales o del poder de compra de los salarios es un índice de precios relativos de los salarios contra una canasta de consumo, cuyos precios se miden con el *IPC*. En esta sección nos ocuparemos solamente de índices que relacionan los precios domésticos de un país con los de otros países, cuyo cálculo e interpretación amerita cierta discusión.

5.4.1 El índice de la tasa de cambio real

La ***tasa de cambio nominal*** *es la cantidad de unidades de moneda nacional que se deben entregar a cambio de una unidad de moneda extranjera.*

Uno de los índices de precios relativos más utilizados en la teoría económica y en las decisiones de negocios y de política económica es el índice de la tasa de cambio real. Para entender este concepto es conveniente definir primero qué es la tasa de cambio y la devaluación.

La tasa de cambio, en términos nominales, se define como la cantidad de unidades de moneda nacional (pesos) que se deben entregar a cambio de una unidad de moneda extranjera (por ejemplo el dólar).

Los cambios en la tasa de cambio nominal se denominan ***devaluación*** *(aumento) o* ***apreciación*** *(disminución).*

Cuando aumenta la tasa de cambio se dice que hay *devaluación nominal*, y cuando cae se dice que hay *apreciación nominal* (se sobreentiende que es del peso con respecto al dólar).[9] Por supuesto, la t*asa de devaluación* es simplemente la variación porcentual de la tasa de cambio (anual, mensual, etc.). Un *índice* de *la tasa de cambio nominal* es, por definición, una simple comparación relativa entre la tasa de cambio nominal en un período con respecto a otro que se toma como base. Cuando se trata de comparar el valor nominal de una moneda (el peso) contra una canasta de monedas (dólar, euro, etc.), es preciso utilizar un *índice ponderado de la tasa de cambio nominal*, donde las ponderaciones seguramente reflejarán la importancia relativa de esas monedas en las transacciones internacionales del país, como se discutirá más adelante. Obsérvese que un índice de la tasa de cambio nominal es un índice de precios pero no un índice de *precios relativos*, ya que no es una comparación de precios.

En cambio, el *Índice de la Tasa de Cambio Real, ITCR,* sí es un índice de precios relativos, que compara un índice de precios de bienes extranjeros con un índice de precios domésticos, expresados en una moneda común:

$$ITCR = \frac{IPX \times ITC}{IPD}$$

donde *IPX* es un índice de precios externos (en moneda extranjera), *ITC* es un índice de la tasa de cambio del peso (con respecto a esa moneda extranjera) e *IPD* es un índice de precios domésticos (en pesos). Al multiplicar el *IPX* por el *ITC* simplemente se está obteniendo un índice de los precios externos expresado en pesos, que puede ser comparado así con el *IPD.* Si *IPX* tomara siempre el valor de uno (1), es decir, si no hubiera inflación externa, entonces el *ITCR* sería, estrictamente, un índice "real" de la tasa de cambio (es decir, un índice del poder de compra del dólar dentro del país).

La ***tasa de cambio real*** *es un índice de precios relativos entre los bienes extranjeros y nacionales.*

Puesto que el *ITCR* es un índice del precio relativo de los bienes extranjeros respecto a los nacionales, cuando el *ITCR* aumenta implica que los productos extranjeros se están encareciendo respecto a los nacionales y que, por tanto, está haciéndose más atractivo comprar productos nacionales en vez de extranjeros y, asimismo, exportar más e importar menos.[10]

---

[9] En Estados Unidos (y en muchos textos de economía escritos en inglés) la tasa de cambio se expresa al revés: es decir, como la cantidad de la otra moneda que compra un dólar. Por consiguiente, cuando se dice que el dólar se devaluó, digamos, 10% respecto a una canasta de monedas, esto se representa como una caída del 10% en el índice de la tasa de cambio.

[10] En la convención usual en el mundo anglosajón, el cálculo se hace al revés, es decir de los precios domésticos con respecto a los extranjeros. Por consiguiente, cuando el índice aumenta es porque se está apreciando la moneda local o, lo que es lo mismo, se están abaratando los productos extranjeros respecto a los nacionales.

Este aumento del *ITCR* ocurre cuando la inflación externa más la devaluación superan la inflación doméstica, puesto que,

$$\dot{ITCR} = \dot{IPX} + \dot{ITC} - \dot{IPD}$$

donde el punto encima de la variable significa tasa de crecimiento (logarítmica)[11] de la variable correspondiente (y bajo el supuesto de que los índices escogidos de precios externos e internos son los índices de precios al consumidor u otra medida de la inflación).

Ejemplo 5.8

Cálculo del índice de la tasa de cambio real

Calcule el índice de la tasa de cambio real a fines de 2015 (con base fines de 2014) con respecto a Estados Unidos sabiendo que el dólar pasó de 2,392 pesos a fines de 2014 a 3,150 pesos a fines de 2015, que la inflación en Colombia ese año fue 6.8% y la inflación en Estados Unidos fue 0.7%.

Esto implica que los índices correspondientes con base 2014=100 son ITC=131.7 (=3,150/2,392); IPD=106.8 e IPX=100.7. Por consiguiente:

$$ITCR = \frac{IPX \times ITC}{IPD} = \frac{1{,}007 \times 1{,}317}{1{,}068} = 1.242$$

Se encuentra así que el *ITCR* es 124.2. Es decir, el peso colombiano se devalúo en términos reales en 24,2% de principio a fin del año 2015.

Observe que habríamos obtenido (casi) el mismo resultado a partir de las variaciones de los índices:

$$0.7\% + 31.7\% - 6.8\% = 25.6\%$$

¿Recuerda por qué los resultados no son idénticos? (Haga usted mismo el cálculo en logaritmos naturales para comprobarlo.

[11] *Véase* el Apéndice del Capítulo 8 para una explicación del uso de logaritmos en el cálculo de tasas de crecimiento. Cuando las tasas de crecimiento son pequeñas esto no hace mayor diferencia.

Los indices de ***tasa de cambio real ponderada*** *sintetizan la relación de precios con los países con los cuales comercia Colombia.*

En el cálculo de un *ITCR* intervienen, por lo general, varios países, con respecto a los cuales se desea medir la evolución de los precios relativos domésticos. Por consiguiente, es preciso ampliar la expresión anterior para tener en cuenta ahora varios *IPX* y sus correspondientes *ITC*. Se trata, entonces, de calcular un *ITCR* multilateral como un promedio ponderado de los *ITCR* bilaterales, lo que implícitamente corresponde a un promedio de devaluaciones nominales de la moneda doméstica frente a las otras monedas, y también, una media ponderada de las inflaciones externas.

Como ocurre con cualquier índice ponderado, es necesario establecer en qué forma van a ponderarse cada uno de sus componentes. Sin embargo, a diferencia de lo que ocurre con los índices de grupos de bienes o servicios, no existe un sistema "natural" de ponderaciones para calcular un *ITCR* ponderado. La forma más común de ponderación es según el valor del comercio internacional de exportaciones o importaciones entre Colombia y cada uno de los países considerados en el *ITCR*. Por consiguiente, un *ITCR* ponderado se define como

$$ITCR = \frac{\Sigma_j w_j \times IPX_j \times ITC_j}{IPD}$$

donde w_j es la participación del comercio (de exportación o importación) del país *j* dentro del total del comercio de todos los países considerados en el *ITCR; IPX_j* es el índice de precios interno del país *j*; e ITC_j es el índice de la tasa de cambio del peso con respecto a la moneda del país j (todos estos índices iguales a 100 en un mismo año). En la práctica, cada uno de los ITC_j puede ser calculado más fácilmente como el cociente entre el índice de la tasa de cambio del peso con respecto al dólar, *ITC$U*, y un índice de la tasa de cambio de la moneda del país en cuestión con respecto al dólar, $ITCU_j$,

$$ITC_j = ITC\$U \,/\, ITCU_j$$

El Banco de la República calcula mensualmente el índice de la tasa de cambio real según varias metodologías, cuya historia se resume en el Recuadro 5.3.

Recuadro 5.3 Avances en la medición del índice de la tasa de cambio real

Aunque los conceptos de devaluación y apreciación real (del peso frente a una canasta de monedas) ya eran bastante conocidos en el país, el Banco de la República sólo empezó a publicar cálculos oficiales del *ITCR* en 1982. Inicialmente se tomó como base 1975, una canasta de 18 países y ponderadores basados en el comercio total externo realizado entre 1975 y 1980. Le siguió un índice

con el mismo año de base, pero con varias diferencias respecto al anterior. Se adoptó un sistema geométrico de cálculo (método que se explica en el texto), se pasó de frecuencia trimestral a mensual, se cambió de *IPC* a *IPM* como deflactor y se utilizó el comercio global sin café entre 1982 y 1983 como ponderador. El siguiente índice tomó como base diciembre de 1986 y sus ponderaciones se calcularon con base en el comercio global sin café de 1986. En 1991 se cambió de deflactor de *IPM* a *IPP* y se empezó a calcular paralelamente un *ITCR* deflactado con *IPC*.

Entre 1997 el Banco de la República introdujo el *ITCR* con base en 1994, manteniendo el método geométrico de cálculo, pero con ponderaciones móviles (tomando cada mes los últimos 12 meses con información) para los 20 principales socios comerciales del país basadas en el destino de las exportaciones no tradicionales (es decir, excluyendo café, petróleo, carbón, ferroníquel, esmeraldas y oro) y el país de compra de las importaciones. También empezó a producir *ITCR* con ponderaciones según comercio global total y, en ambas versiones, utilizando como deflactor el *IPP* y, alternativamente, el *IPC*. De esta manera, desde 1997 el *ITCR* se calcula de cuatro formas. (En adición el Banco de la República presenta una *"ITCR* de competitividad" para el mercado de Estados Unidos con ponderaciones para 24 países que compiten con Colombia en ese mercado, y deflactando por el *IPC*).

Aunque las metodologías introducidas en 1997 se han mantenido en lo esencial, en 2014 se hicieron modificaciones importantes. Se incluyó a Corea y China entre la lista de países, pasando así de 20 a 22 países, con el fin de alcanzar nuevamente una representatividad de al menos el 80% del comercio del país. (En adelante la selección de países será modificada para mantener siempre como mínimo esa representatividad.) Y en vez de utilizar el país de compra de las importaciones para definir las ponderaciones, se pasó a utilizar el país de origen, es decir donde tiene lugar la última etapa de producción del bien.

Las series que presenta actualmente el Banco de la República utilizan las metodologías más recientes, aplicadas en forma retrospectiva a partir de diciembre de 1986 y con base en 2010=100. De esta manera, se evita la discontinuidad y las inconsistencias que implicarían los empalmes de series basadas en metodologías sustancialmente diferentes.

Para interpretar cualquier *ITCR* es importante tener presente qué indicador de precios utiliza. Un *ITCR* deflactado con *IPP* mide los cambios en los precios relativos de los bienes en el extranjero con respecto a los bienes nacionales a precios del productor. Como la mayoría de los bienes incluidos en el *IPP* son productos industriales que pueden ser exportados o importados, un *ITCR* de este tipo se considera una buena medida del atractivo relativo del mercado externo respecto al interno desde el punto de vista de los productores.[12] Cuando el deflactor utilizado es el *IPC* la comparación de precios incluye todos los bienes y servicios que son demandados por los consumidores, y por tanto es más relevante desde el punto de vista de éstos, si hipotéticamente tuvieran la opción de escoger dónde hacer todas sus compras (o si todos los componentes de la canasta de consumo fueron importables). Puesto que éste no es un supuesto muy razonable, se considera más apropiado usar los *IPP* como deflactores y acogerse a la primera interpretación.

Este tipo de *ITCR* a menudo se interpreta como una medida de competitividad internacional, bajo la presunción de que los *IPP* evolucionan de acuerdo con los precios de los bienes comercializables (importados y exportados) de cada país. Sin embargo, para construir un verdadero indicador de competitividad es necesario tener en cuenta la estructura de los mercados y el origen de la competencia de los productos comercializados. La competencia puede darse más intensamente entre Colombia y países que producen bienes semejantes a los colombianos, con los cuales el comercio es muy reducido, que entre la producción colombiana y la de los países con los cuales el comercio es más intenso. Por consiguiente, el sistema de ponderaciones de acuerdo con la importancia del comercio puede no ser el más adecuado para un *ITCR* que busque medir competitividad. De otra parte, es preciso distinguir entre competitividad-precio, que se mide por los precios de venta, y competitividad-costo, que se mide por un índice representativo de los costos de producción en cada país. En este último caso, los *IPC* son posiblemente mejores indicadores, precisamente porque incluyen un conjunto más amplio de bienes y servicios y porque a ellos se ciñe más estrechamente la evolución de los salarios, que son el principal componente de los costos desde un punto de vista agregado.

El Banco de la República utiliza un sistema de ponderaciones geométricas para calcular el *ITCR*. Lo que esto significa es que, en vez de obtener una sumatoria ponderada de los índices, calcula una multiplicatoria ponderada, de la siguiente manera:

$$ITCR = \prod_j \frac{(IPX_j \times ITC_j)^{w_j}}{IPD}$$

[12] Estrictamente ello requeriría que los *IPX* fueran también precios al productor, pero esta variable no se calcula en todos los países.

donde Π_j es la operación multiplicatoria para todos los *j*. Esta forma de ponderación tiene la ventaja de que evita los sesgos positivos que resultan cuando se presentan grandes variaciones de signo opuesto en las tasas de cambio. El sesgo se debe a que una tasa de cambio puede caer a lo sumo en 100%, pero en cambio puede aumentar en cualquier porcentaje. Como este tipo de sesgo no existe en logaritmos, queda corregido con el método de ponderaciones geométricas.

5.4.2 Tasas de cambio de paridad de poder adquisitivo

Cuando se trata de hacer comparaciones internacionales, es preciso expresar los valores en una moneda común, que usualmente es el dólar (y si además se quiere hacer comparaciones entre países a través del tiempo, es necesario expresarlos en dólares constantes de algún año común para todos los países). Las tasas de cambio de mercado son el factor de conversión más usual para expresar en dólares valores que vienen dados en otra moneda. Por ejemplo, es la forma natural de comparar el valor de las ventas, o los activos de las grandes empresas de distintos países. Es también la forma en que un turista puede comparar si son más baratos los hoteles en París o en Buenos Aires. Pero para otros fines no resulta muy adecuado hacer las conversiones a dólares de esta manera. Por ejemplo, si se quiere comparar el nivel de vida del trabajador típico de París con el de Buenos Aires no es buena idea tomar sus salarios en francos y en pesos y dividirlos por los correspondientes tipos de cambio, precisamente porque el poder adquisitivo del dólar puede ser muy diferente en un país y otro. Usualmente, el poder adquisitivo del dólar es mayor en los países de menores ingresos, especialmente en lo referente a servicios que no son comercializables internacionalmente, como el servicio doméstico o los arriendos de viviendas. Por esa razón, si se quiere utilizar el *PIB* per cápita como un indicador del desarrollo o el bienestar económicos (*véase* el Capítulo 8), la conversión usando las tasas de cambio de mercado tiende a subvalorar el *PIB* de los países pobres en relación con el de los ricos. Para estos propósitos, la conversión debe hacerse, no usando la tasa de cambio de mercado, sino *la tasa de cambio de paridad de poder adquisitivo, TCPPA.*

La ***tasa de cambio de paridad de poder adquisitivo*** *es la tasa que iguala lo que un dolar podría comprar en dos países con monedas diferentes.*

Por definición, la *TCPPA* es la tasa que iguala lo que un dólar podría comprar en dos países con monedas diferentes. Comparando la *TCPPA* con la tasa de cambio de mercado, *TCM* puede deducirse qué tan apreciada o depreciada está la moneda del país (con respecto al otro país) en términos de su capacidad de compra.

Una forma muy elemental de calcular la *TCPPA* consiste sencillamente en comparar los precios de un mismo bien en los dos países en cuestión. Por ejemplo, la revista *The Economist* reporta periódicamente los niveles de apreciación relativa de las monedas con respecto al dólar utilizando exclusivamente el precio de las hamburguesas BigMac. El cálculo es como sigue:

$$LA_j = \frac{P_j}{P_{us} \times TC_j}$$

donde LA_j es el índice de apreciación relativa de la moneda del país *j*, P_j es el precio de la hamburguesa en la moneda del país *j* y TC_j es la tasa de cambio de mercado del país *j*. Multiplicando ambos lados de esta expresión por TC_j se obtiene la tasa de cambio de paridad de poder adquisitivo (de hamburguesas solamente, en este caso):

$$TCPPA_j = TC_j \times LA_j = \frac{P_j}{P_{us}}$$

Ejercicio 5.9

Cálculo de la sobre o subvaloración del peso colombiano usando los precios de las hamburguesas Big Mac

En enero de 2016 una hamburguesa Big Mac en Colombia costaba 7,900 pesos y la tasa de cambio era 3,254 pesos por dólar. Sabiendo que esa hamburguesa costaba 4.93 dólares en los Estados Unidos, deduzca si el peso colombiano estaba apreciado o depreciado en términos de paridad de compra. ¿Cuál debería ser el tipo de cambio para que estuviera en paridad respecto a Estados Unidos?

Se deduce fácilmente que la Big Mac en Colombia costaba 2.43 dólares, es decir apenas 49.2% de su precio en Estados Unidos. Esto implica que el peso estaba depreciado 50.8% en términos de paridad de compra, y que por consiguiente el tipo de cambio de paridad con respecto a Estados Unidos debería ser 1602.4 pesos por dólar.

La ventaja de usar las hamburguesas Big Mac es que son prácticamente el mismo artículo en todos los países. Además, como su producción requiere materias primas agrícolas e industriales, mano de obra y capital, puede incluso argüirse que refleja bastante bien los costos más importantes y puede usarse, por tanto, como una medida aproximada de competitividad-costo. Sin embargo, tomar un solo artículo es una gran simplificación para calcular una verdadera *TCPPA*. Su cálculo debe basarse en los precios de la canasta de bienes y servicios relevante para el agregado que se quiere comparar. Si se quiere expresar el *PIB per cápita en dólares de paridad,* tendrían que usarse para todos los bienes y servicios los precios en dólares en Estados Unidos (suponiendo que éste es el patrón de comparación, como usualmente es el caso). Este cálculo no es fácil en la práctica, pues las características de los productos difieren entre un país y otro, y por las demás complicaciones técnicas que implica el cálculo de agregados macro a precios constantes, tema que se analiza en el Capítulo 12. Las estimaciones del *PIB* en dólares de paridad de poder adquisitivo que han sido preparadas por los organismos internacionales con el liderazgo del Banco Mundial utilizan métodos aproximados (y no totalmente homogéneos entre países), que se basan en comparar los precios de productos clave que forman parte de las canastas básicas de consumo de los países.

Índices de precios y cantidades

Conceptos clave

Tipos de índices

- Índices simples
- Índices compuestos
  - Índices Laspayres
  - Índices Paasche
  - Índices ideales de Fisher

Propiedades básicas de los índices

- Propiedad de identidad
- Propiedad de reversibilidad
- Propiedad de transitividad
- Propiedad de descomposición de valor o de reversión factorial

Usos de los índices

- Deflactación
- Deflactor implícito
- Enganches de series y cambios de base

Índice de precios al consumidor, *IPC*

Índice de precios al productor, *IPP*

Índices de precios relativos

Índices de precios y cantidades

Conceptos clave

Índices de tasas de cambio

Tasa de cambio
Devaluación o apreciación nominal
Índice de tasa de cambio nominal
Índice ponderado de la tasa de cambio nominal
Índice de la tasa de cambio real
Devaluación o apreciación real
Sistema de ponderaciones geométricas

Tasas de cambio de paridad de poder adquisitivo, *TCPPA*

Tasa de cambio de paridad bilateral respecto a Estados Unidos
PIB (per cápita) en dólares de paridad de poder adquisitivo

Preguntas y ejercicios

5.1* A partir de la información del Cuadro 5.3, calcule los siguientes índices para el período 2012-2014:

a) Precios Laspayres base 2014 = 100
b) Precios Paasche base 2014 = 100
c) Cantidades Paasche base 2014 = 100
d) Valor base 2014 = 100

5.2 Compruebe que el índice de cantidades de Paasche del ejercicio anterior puede deducirse a partir del índice de precios de Laspayres. Deduzca entonces el índice de cantidades de Laspayres.

5.3 Con la información del Cuadro 5.3 obtenga los índices simples de precios base 2014 =100 para los cinco cereales. Obtenga ahora las ponderaciones según el valor de los cultivos en 2012. Finalmente, con los índices simples y las ponderaciones, calcule los índices de precios Laspayres y Paasche para 2012 con base en 2014. Compruebe que los resultados son iguales a los obtenidos en el Ejercicio 5.1.

5.4 Escriba la fórmula básica de cálculo del índice de cantidades Paasche para el año 1 con respecto al año 0, y la del mismo índice para el año 2 respecto al año 0. Explique por qué a partir de estos dos índices no puede deducirse cuál fue la evolución de las cantidades entre los períodos 1 y 2.
¿Y si los índices que se comparan fueran de tipo Laspayres?

5.5 Demuestre formalmente que los índices de cantidades de Laspayres son aditivos, más no así los de Paasche.

5.6* Con los resultados del Ejercicio 5.1 y los cálculos que se presentan en el Cuadro 5.6 muestre que el índice de precios de Laspayres para 2013, con base 2014, no es el inverso del correspondiente a 2014 con base en 2013. Muestre ahora que la propiedad de reversibilidad sí se cumple entre el índice de precios de Laspayres con base en 2014 y el de Paasche con base en 2013.

5.7* Explique las razones por las que los índices de Paasche se interpretan como los índices implícitos de los Laspayres.

5.8 Muestre si los índices ideales de Fisher reúnen las propiedades de reversibilidad, transitividad y descomposición de valor.

Preguntas y ejercicios

5.9* Considere la siguiente información de precios:

	Índice de precios al consumidor 2008=100		
	2012	*2013*	*2014*
Enero	*109.96*	*112.15*	*114.54*
Febrero	*110.63*	*112.65*	*115.26*
Marzo	*110.76*	*112.88*	*115.71*
Abril	*110.92*	*113.16*	*116.24*
Mayo	*111.25*	*113.48*	*116.81*
Junio	*111.35*	*113.75*	*116.91*
Julio	*111.32*	*113.80*	*117.09*
Agosto	*111.37*	*113.89*	*117.33*
Septiembre	*111.69*	*114.23*	*117.49*
Octubre	*111.87*	*113.93*	*117.68*
Noviembre	*111.72*	*113.68*	*117.84*
Diciembre	*111.82*	*113.98*	*118.15*

Fuente: Banco de la República

a) Calcule la tasa de inflación para el año completo a diciembre de 2012
b) Calcule la tasa de inflación para el año completo a junio de 2013
c) Calcule la tasa de inflación para lo corrido del año a junio de 2014
d) Calcule la tasa promedio de inflación durante 2013.

Preguntas y ejercicios

5.10 Considere la siguiente información de precios de Bogotá:

Índice de precios al consumidor para ingresos bajos. Nacional 2008=100 (Diciembre 2008 = 100)

		Junio de	
Grupo de gasto	*Ponderación*	*2013*	*2014*
Alimentos	*28.21*	*113.49*	*117.02*
Vivienda	*30.10*	*118.19*	*121.53*
Vestuario	*5.16*	*100.07*	*101.48*
Salud	*2.43*	*122.06*	*126.81*
Educación	*5.73*	*125.95*	*131.02*
Diversión	*3.10*	*101.65*	*103.66*
Transporte	*15.19*	*108.84*	*111.61*
Comunicaciones	*3.72*	*107.55*	*110.35*
Otros Gastos	*6.35*	*111.99*	*113.57*

Fuente: DANE y Banco de la República

Con esta información:

a) Calcule los índices totales mediante la fórmula de Laspayres
b) Obtenga las tasas de variación de los precios entre junio de 2013 y junio de 2014 para los diferentes grupos
c) Compruebe que la variación del total no se obtiene exactamente como un promedio ponderado de las variaciones de los grupos. ¿Por qué?
d) Obtenga los índices para 2013 y 2014 de los "no-alimentos" a partir de los índices y las ponderaciones de los demás grupos. ¿Cuál fue la variación de precios de los "no-alimentos" entre junio de 2013 y junio de 2014?
e) Compruebe que puede llegarse a los mismos resultados a partir de la ponderación de los alimentos y los índices de alimentos y total.

Preguntas y ejercicios

5.11 A partir de sus respuestas al ejercicio anterior, calcule el índice de precios relativos de los alimentos (con respecto al resto de artículos de la canasta familiar) para junio de 2013 y junio de 2014. Interprete sus resultados.

5.12* ¿Cuánto varía el índice de la tasa de cambio real del peso en relación con el dólar de Estados Unidos si en un mes se devalúa el peso 2%, la inflación en Colombia es 1.5% y la inflación en Estados Unidos es 0.3%?

5.13 Calcule el índice ponderado de la tasa de cambio real del peso para 2001 con base 2000 = 100 con respecto a los cuatro principales socios comerciales del país, a partir de la siguiente información (datos son para fin de año):

Índice de precios al consumidor para ingresos bajos.
Nacional 2008=100 (Diciembre 2008 = 100)

	Inflación		*Tasa de cambio por dólar*		*Ponderaciones (en el ITCR total)*
	2000	*2001*	*2000*	*2001*	
Colombia	*8.7*	*7.4*	*2229.2*	*2291.2*	
Estados Unidos	*3.4*	*1.5*			*51.3*
Japón	*-0.4*	*-1.2*	*114.9*	*131.8*	*3*
Venezuela	*13.4*	*12.3*	*699.8*	*763*	*10.3*
Canadá	*3.5*	*-1.9*	*1.5*	*1.6*	*1.5*

Fuente: Revista del Banco de la República, enero 2004, www.banrep.gov.co y "Revisión metodológica del ITCR y cálculo de un Índice de Competitividad con terceros países". Revista Banco de la República, noviembre 2003.

5.14 Haga nuevamente los cálculos de la pregunta anterior utilizando ponderaciones geométricas, como lo hace el Banco de la República.

Preguntas y ejercicios

5.15 La empresa ABC dispone de la siguiente información sobre sus volúmenes de producción y su valor de venta:

Años	*Artículo A*		*Artículo B*		*Artículo C*	
	Producción (unidades)	*Valor (miles $)*	*Producción (unidades)*	*Valor (miles $)*	*Producción (unidades)*	*Valor (miles $)*
2010	*600*	*15,000*	*2,500*	*12,500*	*70*	*3,500*
2011	*630*	*16,500*	*2,525*	*13,200*	*77*	*4,050*
2012	*660*	*18,000*	*2,500*	*14,000*	*85*	*4,600*
2013	*700*	*19,800*	*2,550*	*15,100*	*96*	*5,300*
2014	*725*	*21,100*	*2,600*	*16,300*	*102*	*6,010*

Se pide calcular:

a) Los precios unitarios de venta por producto
b) Un índice de precios (Laspayres) con base en 2010 para las ventas de la empresa
c) Las ventas totales a precios constantes de 2010
d) Un índice del volumen de ventas, 2010 = 100.

5.16 Con base en los cálculos del punto anterior y la siguiente información del DANE,

Años	*Inflación (%)*	*Crecimiento de la industria manufacturera (%)*
2010	*3.17%*	*4.70%*
2011	*3.73%*	*4.90%*
2012	*2.44%*	*0.00%*
2013	*1.94%*	*-1.90%*
2014	*3.66%*	*1.30%*

Fuente: Comunicados de prensa, DANE

Responda a las siguientes preguntas:
a) ¿Qué tan aceptable ha sido el crecimiento de la empresa?, ¿ha ganado o perdido mercado y en qué años?
b) ¿Qué tanto se han encarecido o abaratado relativamente los productos de la empresa?
c) ¿Cuál debería haber sido el valor total de las ventas de la empresa en 2015 para que hubiera mantenido su participación en el mercado en 2014, suponiendo un crecimiento de la industria nacional del 1.5% y un crecimiento de precios del 7%?
d) ¿Cuál debería ser el precio de cada uno de los productos en 2015 para que fueran relativamente iguales de costosos para los compradores que en 2010?

5.17 La empresa ABC cuenta, además, con la siguiente información de su Departamento de Relaciones Industriales:

	Empleados		*Obreros*	
Años	*Número*	*Sueldos pagados*	*Número*	*Sueldos pagados*
2010	*18*	*3,600*	*120*	*6,000*
2011	*23*	*4,900*	*100*	*5,300*
2012	*27*	*6,000*	*90*	*5,000*
2013	*35*	*8,300*	*95*	*5,400*
2014	*40*	*10,000*	*85*	*5,100*

Se pide explicar si los siguientes reclamos de los trabajadores en 2014 son justificados:
a) Que el poder de compra de los salarios por trabajador se redujo, y que la prueba de tal cosa está en que en ese año les alcanzaría para comprar menos de los artículos producidos por la empresa.
b) Que la empresa no les había reconocido sus aumentos de productividad, antes bien que su mayor porductividad solo servía para pagar una burocracia cada vez mayor dentro de la empresa.

Preguntas y ejercicios

5.18 Con base en la siguiente información sobre los precios de las hamburguesas Big Mac y los tipos de cambio en enero de 2016, calcule la apreciación (o depreciación) relativa de las monedas y los tipos de cambio de paridad de poder adquisitivo con respecto a Estados Unidos y con respecto a China:

	Precio en moneda local	*Tipo de cambio*
Argentina	*33*	*13.81*
Brasil	*13.5*	*4.02*
Chile	*2100*	*715.22*
China	*17.6*	*6.56*
Colombia	*7900*	*3253.90*
Zona del euro	*3.72*	*0.93*
México	*49*	*17.44*

5.19 Con base en las siguientes cifras calcule la tasa de cambio (implícita) de mercado, la tasa de cambio (implícita) de paridad de poder adquisitivo *(TCPPA)* y el índice de apreciación relativa (por poder de compra) del peso colombiano.

	PIB (miles de millones de pesos corrientes)	*PIB (dólares constantes 1995)*	*PIB, PPA (dólares corrientes internacionales)*	*PIB (dólares corrientes)*
2008	*480,087*	*140,921.10*	*371,315.40*	*207,520*
2009	*504,647*	*143,248.48*	*377,447.86*	*244,078*
2010	*543,747*	*148,980.12*	*392,550.25*	*234,360*
2011	*615,727*	*157,790.84*	*415,765.78*	*286,381*

Fuente: Banco Mundial

Soluciones a ejercicios seleccionados (*)

5.1R Todos los índices posibles entre esos datos pueden calcularse a partir de la siguiente matriz de valores ponderados $\Sigma p_i q_i$, obtenidos del Cuadro 5.3 (miles de pesos):

	Precios de		
Cantidades de	*2012*	*2013*	*2014*
2012	*3,012,741.0*	*2,568,519.8*	*2,512,513.0*
2013	*2,766,731.6*	*2,353,969.0*	*2,303,703.3*
2014	*2,622,568.6*	*2,252,451.5*	*2,196,359.7*

a. Precios Laspeyres 2014=100

$$IPL_{12/14} = \frac{\Sigma p_{12} q_{14}}{\Sigma p_{14} q_{14}} = \frac{2,622,568.6}{2,196,359.7} = 119.405$$

$$IPL_{13/14} = \frac{\Sigma p_{13} q_{14}}{\Sigma p_{14} q_{14}} = \frac{2,252,451.5}{2,196,359.7} = 102.554$$

$$IPL_{14/14} = 100$$

b. Precios Paasche 2014 = 100

$$IPP_{12/14} = \frac{\Sigma p_{12} q_{12}}{\Sigma p_{14} q_{12}} = \frac{3,012,741.0}{2,512,513.0} = 119.909$$

$$IPP_{13/14} = \frac{\Sigma p_{13} q_{13}}{\Sigma p_{14} q_{13}} = \frac{2,353,969.0}{2,303,703.3} = 102.182$$

Soluciones a ejercicios seleccionados (*)

$$IPP_{14/14} = 100$$

c. Cantidades Paasche 2014 = 100

$$IQP_{12/14} = \frac{\Sigma p_{12} q_{12}}{\Sigma p_{12} q_{14}} = \frac{3{,}012{,}741.0}{2{,}622{,}568.6} = 114.877$$

$$IQP_{13/14} = \frac{\Sigma p_{13} q_{13}}{\Sigma p_{13} q_{14}} = \frac{2{,}353{,}969.0}{2{,}252{,}451.5} = 104.507$$

$$IQP_{14/14} = 100$$

d. Valor base 2014 = 100

$$IV_{12/14} = \frac{\Sigma p_{12} q_{12}}{\Sigma p_{14} q_{14}} = \frac{3{,}012{,}741.0}{2{,}196{,}359.7} = 137.170$$

$$IV_{13/14} = \frac{\Sigma p_{13} q_{13}}{\Sigma p_{14} q_{14}} = \frac{2{,}353{,}969.0}{2{,}196{,}359.7} = 107.176$$

$$IV_{14/14} = 100$$

5.6R El $IPL_{13/14}$ =102.6, del ejercicio 5.1, cuyo inverso es 97.5

El índice inverso es:

$$IPL_{14/13} = \frac{\Sigma p_{14} q_{13}}{\Sigma p_{13} q_{13}} = \frac{2{,}303{,}703.3}{2{,}353{,}969.0} = 97.9$$

Soluciones a ejercicios seleccionados (*)

que difiere del resultado anterior, mientras que definido como Paasche es,

$$IPP_{14/13} = \frac{\Sigma p_{14} q_{14}}{\Sigma p_{13} q_{14}} = \frac{2{,}196{,}359.7}{2{,}252{,}451.5} = 97.5$$

que es el inverso del $IPL_{13/14}$

5.7R

Los índices de Paasche se consideran como implícitos de los de Laspayres porque pueden ser derivados de éstos, que son de más fácil cálculo.

5.9R

a) $\frac{111.82}{100.00} - 1 = 11.82\%$

b) $\frac{116.91}{113.75} - 1 = 2.78\%$

c) $\frac{116.91}{113.98} - 1 = 2.57\%$

d) Se obtiene a partir del promedio del índice para cada año.

$$\frac{IPCprom2013}{IPCprom2012} - 1 = 2.02\%$$

5.12R

Puede aplicarse directamente la expresión

$$ITCR = \frac{IPX \times ITC}{IPD}$$

$$= \frac{(1.003 \times 1.02)}{1.015}$$

$$= 1.0079$$

por consiguiente, el tipo de cambio real se eleva en 0.8%, lo cual implica una *mejoría* en la competitividad frente a Estados Unidos.

Bibliografía

Fuentes y métodos

- Banco de la República. "Metodología de cálculo del Índice de Tasa de Cambio Real (ITCR) de Colombia" (sin fecha). Explica los cambios de metodología del 2014: www.banrep.gov.co/economia/pli/Metodologia_ITCR_u.PDF

- Banco Mundial, *World Development Indicators 2003*, Washington, DC, 2003. Incluye cálculos del PIB en dólares de paridad. Se encuentra disponible en: http://databank.worldbank.org/data/home.aspx

- DANE. "El *IPC* en Colombia: 50 años de un dato de coyuntura", *Boletín Mensual de Estadística*, DANE, No. 600, Marzo de 2003. Hace un recuento breve y sencillo sobre la construcción del IPC.

- Montenegro García, Álvaro, "50 Años del índice de precios en Colombia", Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas, Pontificia Universidad Javeriana, *Documentos de Economía* No. 10, mayo de 2004. Una breve historia del IPC, su metodología, y sus sesgos y problemas de medición.

- www.banrep.gov.co Presenta las series del IPC, el IPP y la ITCR según las metodologías más recientes.

- www.dane.gov.co Presenta las series del IPC y el IPP según las metodologías más recientes, y documentos técnicos que explican la construcción de ambos índices.

- http://databank.worldbank.org/data/home.aspx Presenta las tasas de cambio de paridad de poder adquisitivo y los *PIB* a precios de paridad de poder de compra.

Bibliografía

Textos y manuales

» Balk, Bert M. *Price and Quantity Index Numbers. Models for Measuring Aggregate Change and Difference*. Cambridge University Press. 2008. Excelente recuento de la historia, la teoría, las aplicaciones y las limitaciones de los índices de precios y cantidades.

» Organización Internacional del Trabajo / Fondo Monetario Internacional / Organización de Cooperación y Desarrollo Económicos / Oficina Estadística de las Comunidades Europeas / Naciones Unidas / Banco Internacional de Reconstrucción y Fomento / Banco Mundial, *Manual del Índice de Precios al Consumidor*. Teoría y Práctica. 2006. La más completa guía teórica y práctica sobre el IPC: https://www.imf.org/external/pubs/ft/cpi/manual/2004/esl/cpi_sp.pdf

Recurso fotográfico

» Fotografía portada tomada de:
https://pixabay.com/